

透視図の視点・立体配置条件の特性

正員 東北工業大学 佐藤仁一朗
KKホギメデカル 氏家元宏
東北工業大学 大井 潔

1. はじめに

中心投象は、現実感のある像を描こうとする透視画のため、幾何学的作図法である透視図法 perspectiveとして実用化されている。しかし、視点を遠く離すので、大きな透視図を描くためには非常に大きな図板を必要とする。そのため、限られた紙面内に作図する制限作図法も工夫されているが、複雑すぎる傾向がある¹⁾。近年種々の提案がされている。例えば、簡便な作図法^{2) 3) 4) 5)}、作図面積を小さくする方法⁶⁾、透視軸測尺の研究^{7) 8) 9) 10) 11)} がある。

これまで、透視図の視点位置と立体の配置条件を与える種々のパラメータから得られる、透視図の形状特性に検討を加え、^{11) 12) 13) 14) 15)} 概ね次の結果が得られている。

- 1) 視距離は立体感と遠近感とに密接に係わりあいがある。
- 2) 小さい物体を大きく見せるには、視距離を短く、画角を大きくすればよい。
- 3) 透視図を描くパラメータは、単純な物体をサンプルとして入力し、CRT 上で回転・移動等することにより、容易に得られる。

本報告は、在来法とも言えるGaspard Monge 以来の透視投象法による作図から、幾何学的解析により与えられる透視図の計算式により、透視図形に影響を与えるパラメータの特性を検討し、視点位置と立体配置条件の特性の理解を試みた処、一応の結果が得られたので報告するものです。

2. 視点位置と立体配置条件

図1においてG、LとHHを重ね、図2において、平面図の各頂点をそれぞれ A_1, B_1, C_1, D_1 とし、一辺の長さを X 、視点の座標を (X_s, Y_s) 、視高を L 、消点を V_1, V_2 とし点 A_1 を原点とする。

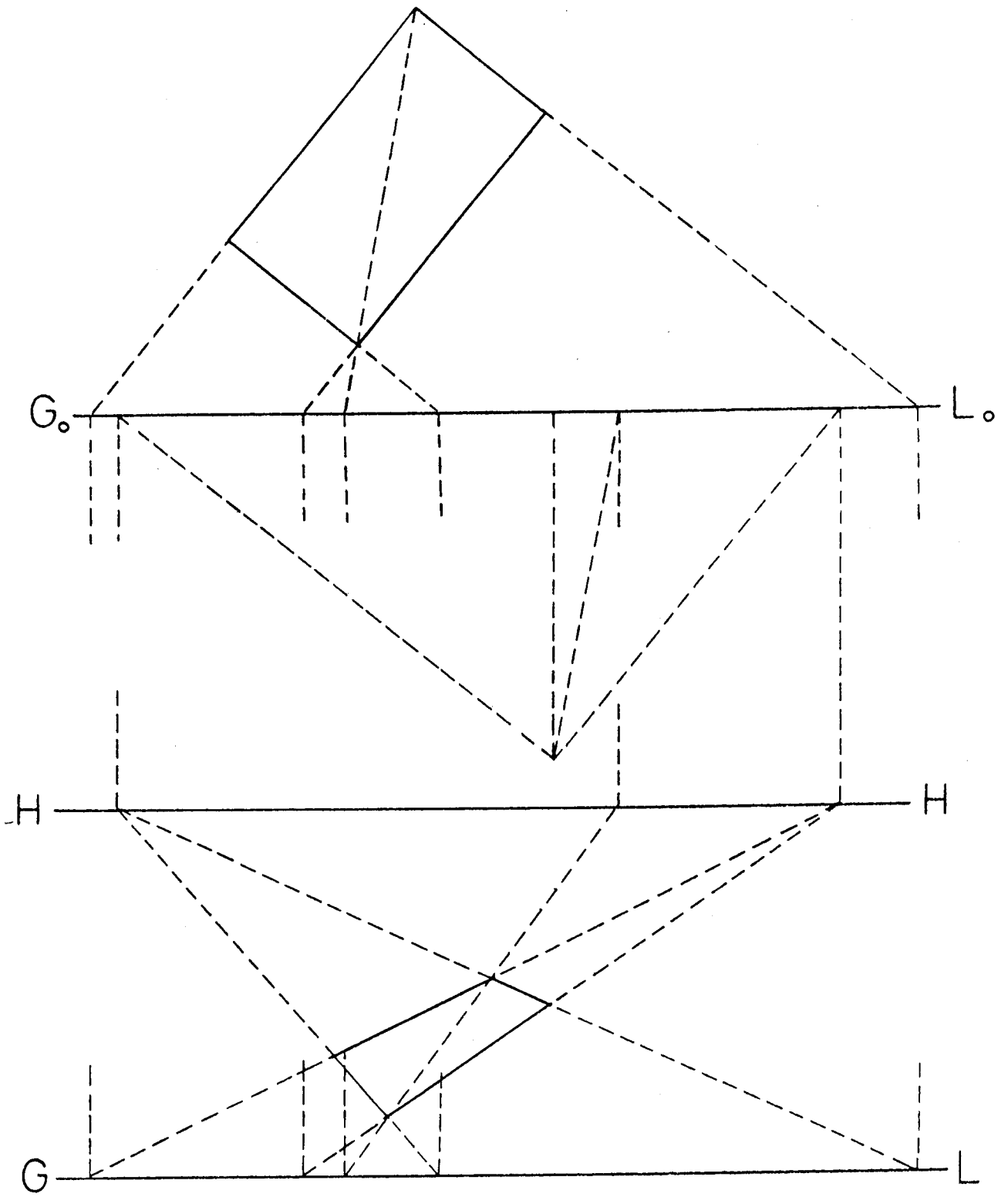


图1 消点法

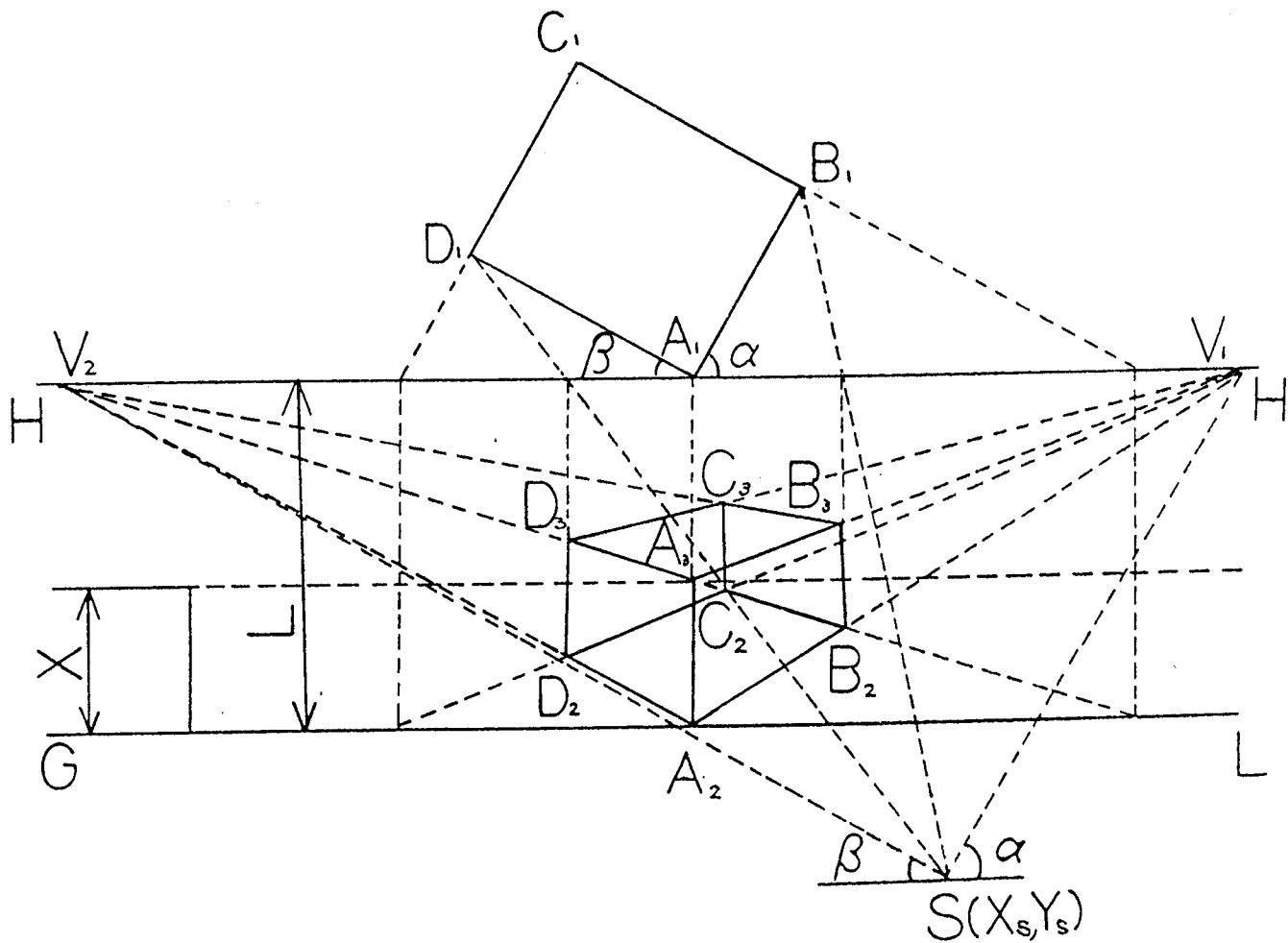


図2 透視図 (2 消点法)

$$\begin{aligned}
 A_1 : X_{A1} &= 0, Y_{A1} = 0 & B_1 : X_{B1} &= X \cos \alpha, Y_{B1} = X \sin \alpha \\
 C_1 : X_{C1} &= X \cos \alpha - Y_s \sin \alpha, Y_{C1} = X \sin \alpha + Y_s \cos \alpha, & D_1 : X_{D1} &= -Y_s \sin \alpha, Y_{D1} = Y_s \cos \alpha \\
 V_1 : X_{V1} &= X_s - Y_s \cot \alpha, Y_{V1} = 0, & V_2 : X_{V2} &= X_s + Y_s \cot \beta, Y_{V2} = 0 \\
 A_2 : X_{A2} &= 0, Y_{A2} = -L, & A_3 : X_{A3} &= 0, Y_{A3} = -L + H \\
 & & & Y_s(X_{B1} - X_s) & & Y_{A2}(X_{V1} - X_{B2}) \\
 B_2 : X_{B2} &= -\frac{Y_{B1} - Y_s}{Y_{B1} - Y_s} + X_s, & Y_{B2} &= \frac{X_{V1}}{X_{V1}} \\
 & & & Y_{A3}(X_{V1} - X_{B2}) \\
 B_3 : X_{B3} &= X_{B2}, & Y_{B3} &= \frac{Y_{A3}(X_{V1} - X_{B2})}{X_{V1}} \\
 & & & Y_s(X_{C1} - X_s) & & Y_{B2}(X_{V2} - X_{C2}) \\
 C_2 : X_{C2} &= -\frac{Y_{C1} - Y_s}{Y_{C1} - Y_s} + X_s, & Y_{C2} &= \frac{X_{V2} - X_{B2}}{X_{V2} - X_{B2}}
 \end{aligned}$$

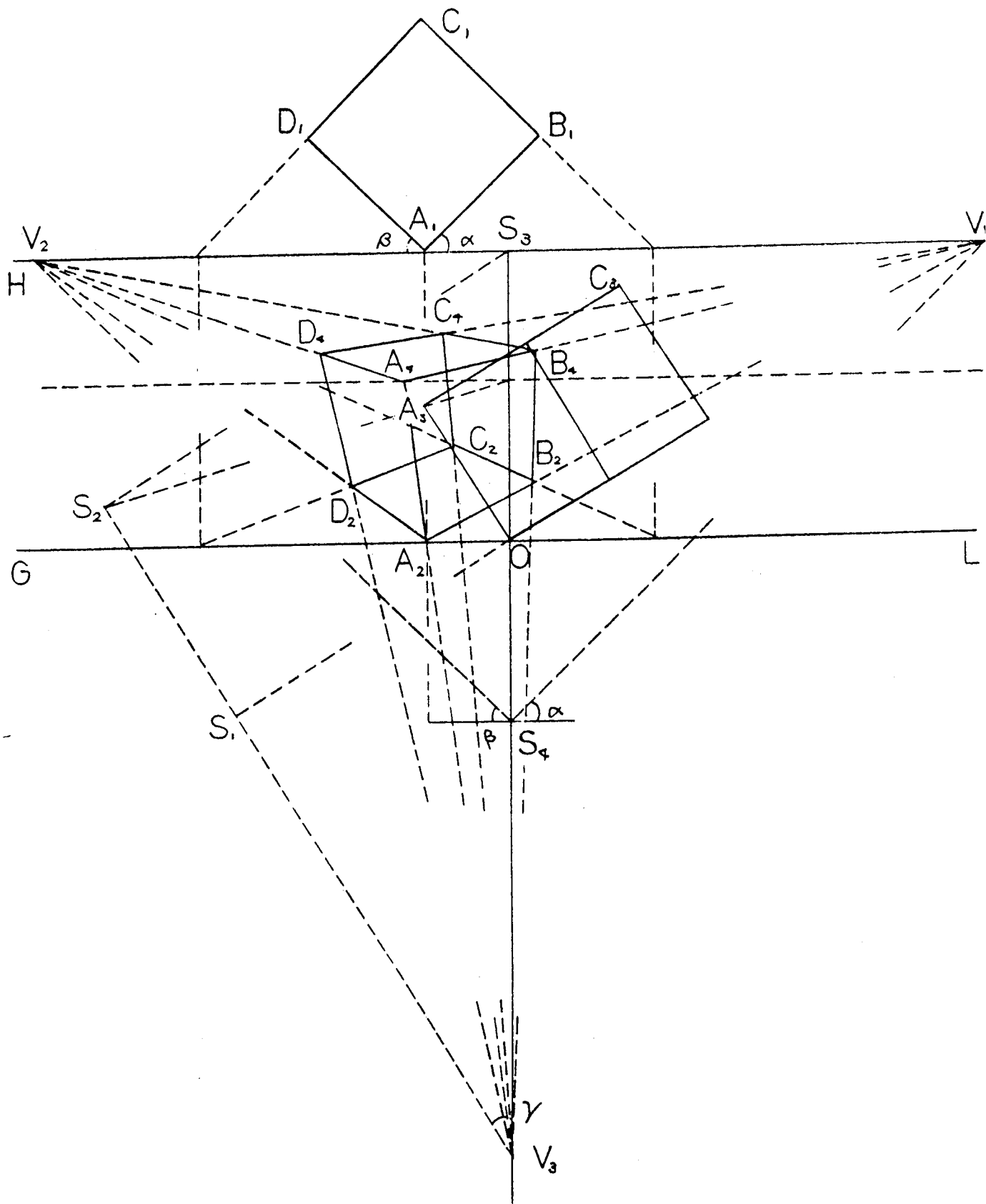


図3 透視図 (3消点法)

$$C_3: X_{C3} = X_{C2}, \quad Y_{C3} = \frac{Y_{B3}(X_{V2} - X_{C3})}{X_{V2} - X_{B3}}$$

$$D_2: X_{D2} = -\frac{Y_S(X_{D1} - X_S)}{Y_{D1} - Y_S} + X_S, \quad Y_{D2} = \frac{Y_{A2}(X_{V2} - X_{D2})}{X_{V2}}$$

3 消点法の関係式は図3より次の式が与えられる。

正面図の各頂点を A_1, B_1, C_1, D_1 とし、一辺のを X, Y , 高さを H , 視点の座標を $S_2(X_{S2}, Y_{S2}), S_4(X_{S4}, Y_{S4})$, 始点 $S_1(X_{S1}, Y_{S1})$, 視心 $S_3(X_{S3}, Y_{S3})$, 視高 L , 消点 V_1, V_2, V_3 , 点 O を原点とする。視距離は OS_1 とする。

$$S_1: X_{S1} = -\overline{OS_1} \cos \gamma, \quad Y_{S1} = -\overline{OS_1} \sin \gamma$$

$$S_2: X_{S2} = -\overline{OS_1} \cos \gamma - L \sin \gamma, \quad Y_{S2} = -\overline{OS_1} \sin \gamma + L \cos \gamma$$

$$S_3: X_{S3} = 0, \quad Y_{S3} = \frac{\overline{OS_2} \sin \gamma}{\sin(90^\circ - \gamma)} + Y_{S2}$$

$$S_4: X_{S4} = 0, \quad Y_{S4} = Y_{S3} - \frac{\overline{OS_2} \sin \gamma}{\sin(90^\circ - \gamma)}$$

$$V_1: X_{V1} = (Y_{S3} - Y_{S4}) \cot \alpha, \quad Y_{V1} = Y_{S3}$$

$$V_2: X_{V2} = (Y_{S4} - Y_{S3}) \cot \beta, \quad Y_{V2} = Y_{S3} - X_{S2} (Y_{S1} - Y_{S2})$$

$$V_3: X_{V3} = 0, \quad Y_{V3} = \frac{X_{S1} - X_{S2}}{\sin(90^\circ - \gamma)} + Y_{S2}$$

$$A_1: X_{A1} = X_S, \quad Y_{A1} = Y_{S3} \quad X_S \text{は視心横位置}$$

$$B_1: X_{B1} = X_S \cos \alpha + X_S, \quad Y_{B1} = X_S \sin \alpha + Y_{S3}$$

$$C_1: X_{C1} = X_S \cos \alpha - Y_S \sin \alpha + X_S, \quad Y_{C1} = X_S \sin \alpha + Y_S \cos \alpha + Y_{S3}$$

$$D_1: X_{D1} = -Y_S \sin \alpha + X_{S1}, \quad Y_{D1} = Y_S \cos \alpha + Y_{S3}$$

$$A_2: X_{A2} = X_{A1}, \quad Y_{A2} = 0$$

$$B_2: X_{B2} = \frac{X_{B1}(Y_{S3} - Y_{S4})}{Y_{B1} - Y_{S4}}, \quad Y_{B2} = \frac{Y_{V1}(X_{B2} - X_{A2})}{X_{V1} - X_{A2}}$$

$$C_2: X_{C2} = \frac{X_{C1}(Y_{S3} - Y_{S4})}{Y_{C1} - Y_{S4}}, \quad Y_{C2} = \frac{(X_{C2} - X_{B2})(Y_{V2} - Y_{B2})}{X_{V2} - X_{B2}} + Y_{B2}$$

$$D_2: X_{D2} = \frac{X_{D1}(Y_{S3} - Y_{S4})}{Y_{D1} - Y_{S4}}, \quad Y_{D2} = \frac{Y_{V2}(X_{D2} - X_{A2})}{Y_{D1} - Y_{S4}}$$

$$A_3: X_{A3} = -H \cos(90^\circ - \gamma), \quad Y_{A3} = H \sin(90^\circ - \gamma)$$

$$B_3: X_{B3} = (Y_{B1} - Y_{A1}) \cos \gamma - H \sin \gamma, \quad Y_{B3} = H \cos \gamma + (Y_{B1} - Y_{A1}) \sin \gamma$$

$$C_3: X_{C3} = (Y_{C1} - Y_{A1}) \cos \gamma - H \sin \gamma, \quad Y_{C3} = H \cos \gamma + (Y_{C1} - Y_{A1}) \sin \gamma$$

$$D_3: X_{D3} = (Y_{D1} - Y_{A1}) \cos \gamma - H \sin \gamma, \quad Y_{D3} = H \cos \gamma + (Y_{D1} - Y_{A1}) \sin \gamma$$

$$A_4: X_{A4} = \frac{X_{A2}(Y_{A4} - Y_{V3})}{Y_{A2} - Y_{V3}}, \quad Y_{A4} = -\frac{X_{S2}(Y_{A3} - Y_{S2})}{X_{A3} - X_{S2}} + Y_{S2}$$

$$B_4: X_{B4} = \frac{X_{B2}(Y_{B4} - Y_{V3})}{Y_{B2} - Y_{V3}}, \quad Y_{B4} = -\frac{X_{S2}(Y_{B3} - Y_{S2})}{X_{A3} - X_{S2}}$$

$$C_4: X_{C4} = \frac{X_{C2}(Y_{C4} - Y_{V3})}{Y_{C2} - Y_{V3}}, \quad Y_{C4} = -\frac{X_{S2}(Y_{C3} - Y_{S2})}{X_{C3} - X_{S2}} + Y_{S2}$$

$$D_4: X_{D4} = \frac{X_{D2}(Y_{D4} - Y_{V3})}{Y_{D2} - Y_{V3}}, \quad Y_{D4} = -\frac{X_{S2}(Y_{D3} - Y_{S2})}{X_{D3} - X_{S2}} + Y_{S2}$$

3. 最大横幅と視距離の特性

透視図の大きさを、最大横幅のX成分に注目した。2消点法の場合、最大横幅の割合として、透視図の対角線の長さを一辺の長さで割った値、即ち、図2の、 $(X_{B2} - X_{D2})/X$ 、3消点法の場合には、図3の、 $(X_{B4} - X_{D4})/X$ を用いた。

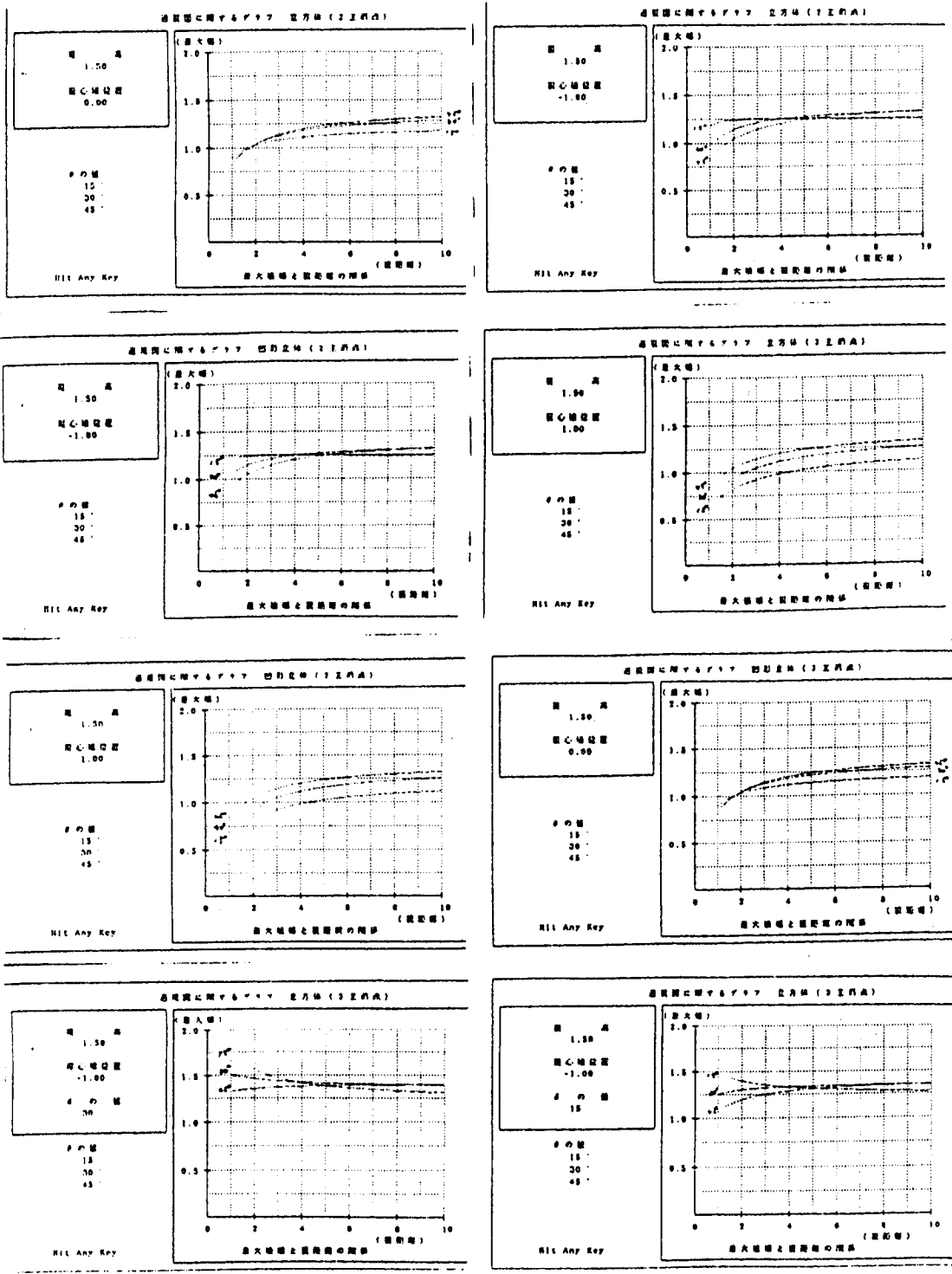


図4-1 最大横幅と視距離

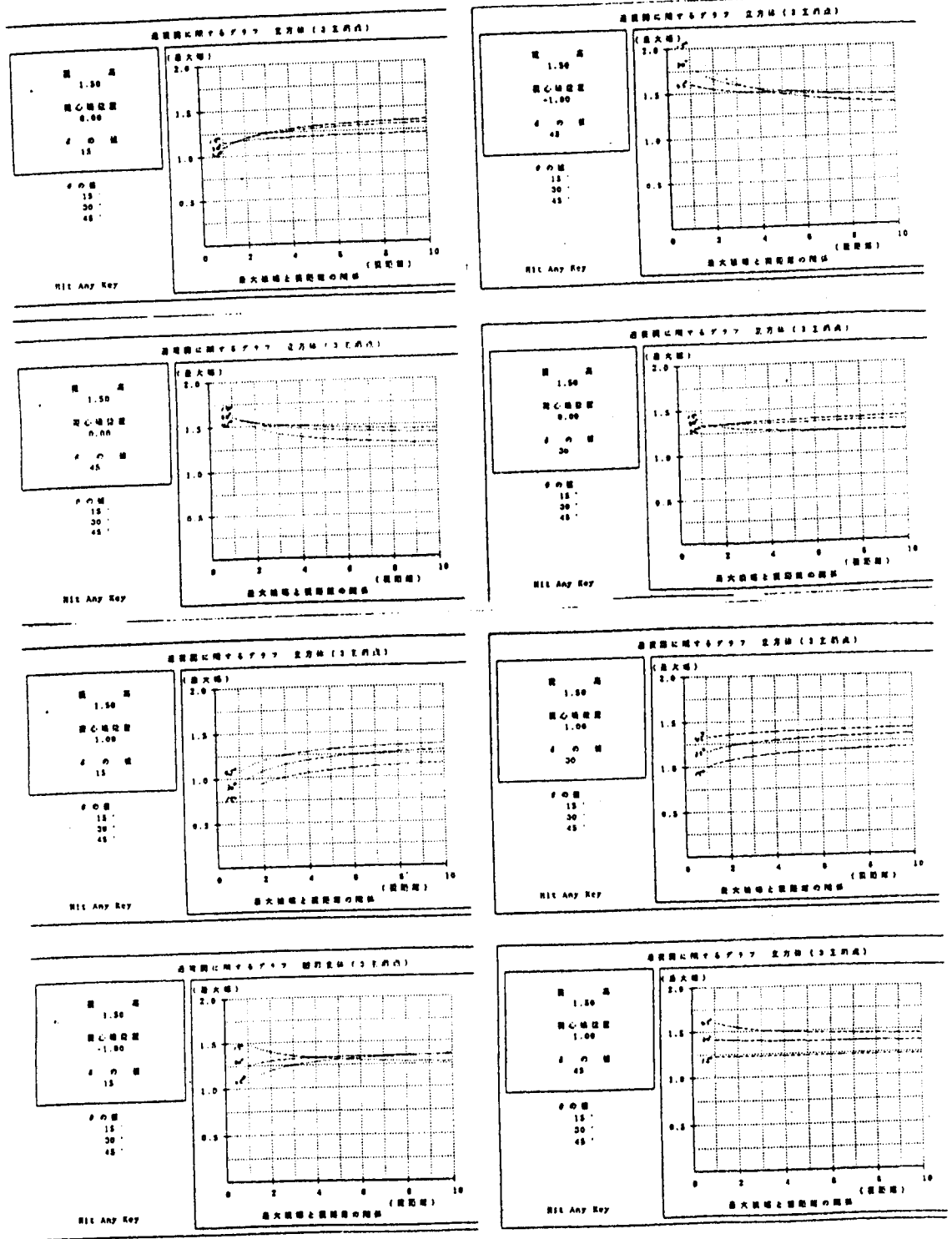


図4-2 最大横幅と視距離

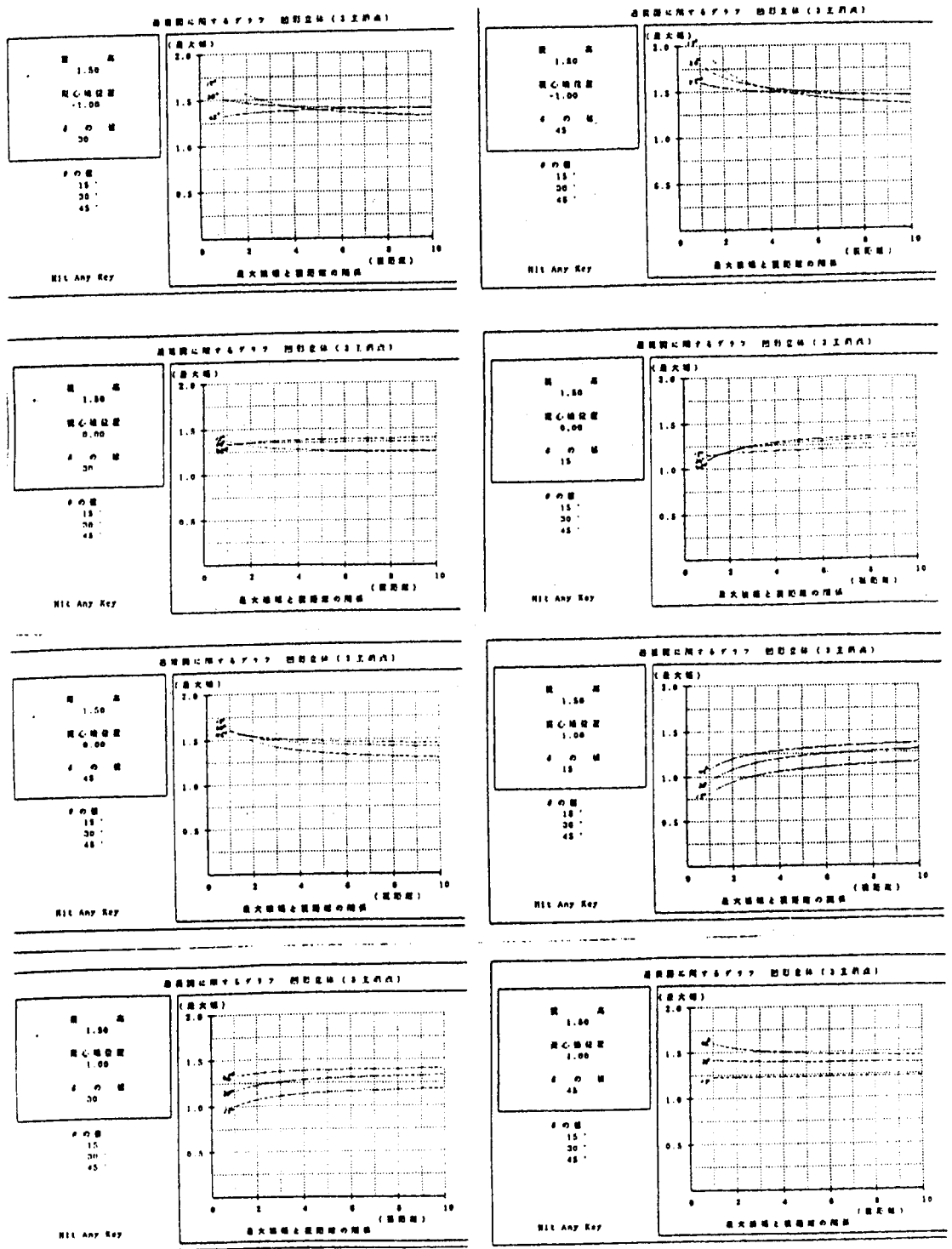


図4-3 最大横幅と視距離

- イ. 2消点法による作図の場合、視距離の値が大きくなるにつれ透視図の最大横幅も大きくなる。
- ロ. 3消点法による作図の場合、平面図の傾角が小さいと、視距離の値が大きくなるにつれ透視図の最大横幅も大きくなる。
- ハ. 3消点法による作図の場合、傾角が大きいと、視距離の値が大きくなるにつれ透視図の最大横幅は小さくなる傾向にある。

4. 遠近感と視距離の特徴

立方体鉛直辺の画面に最も近い辺と、最も遠い辺に注目した。それら鉛直辺の差が大きい程、遠近感が強調された透視図になり、これが遠近感性を示す値となるものと考えた。即ち、遠近感性は、透視図の奥の高さを立方体の一辺の長さで割った値とした。2消点法の場合、図2より $(Y_{c3}-Y_{c2})/X$ 、3消点法の場合、図3より、 $(Y_{c4}-Y_{c2})/X$ を用いた。

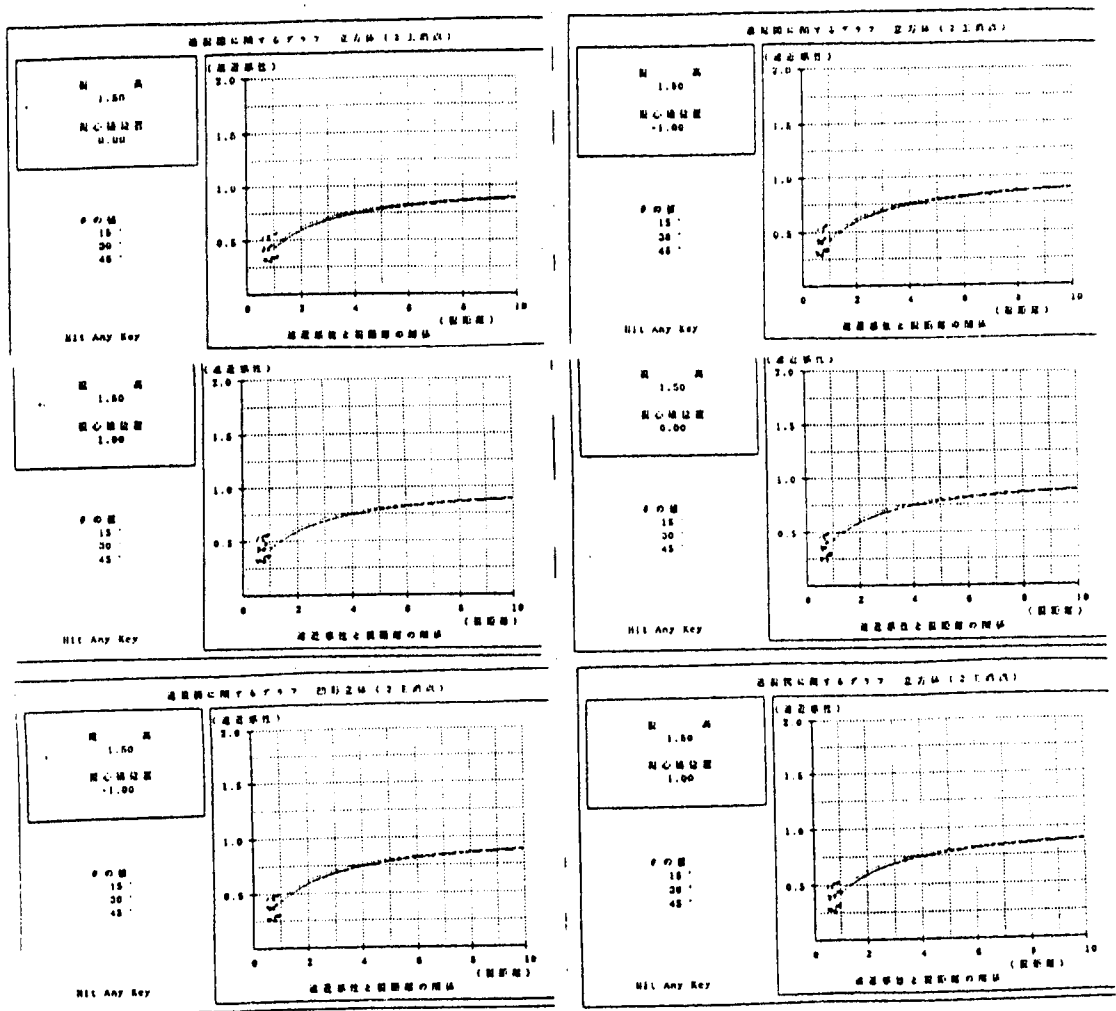


図5-1 遠近感性と視距離

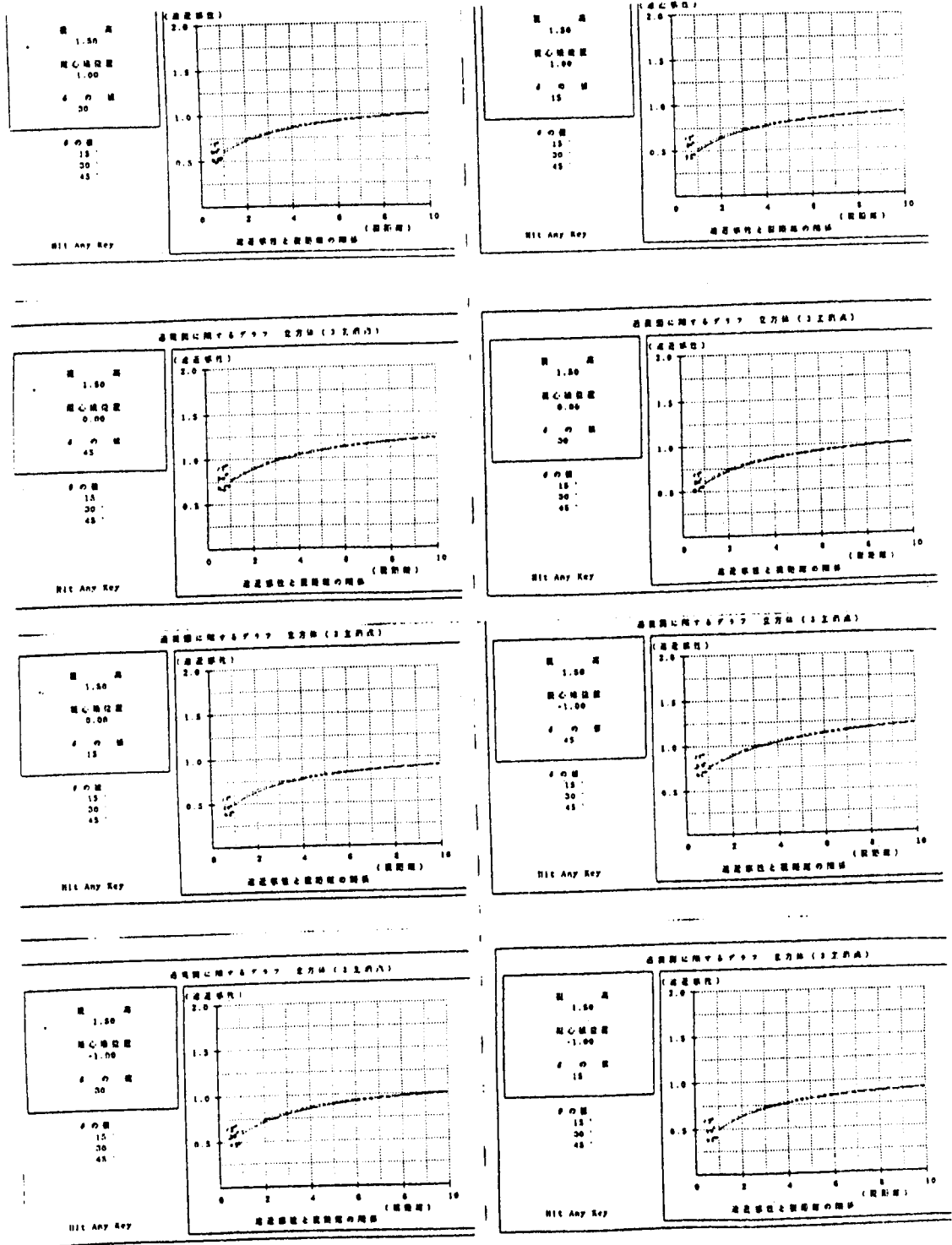


図5-2 遠近感性と視距離

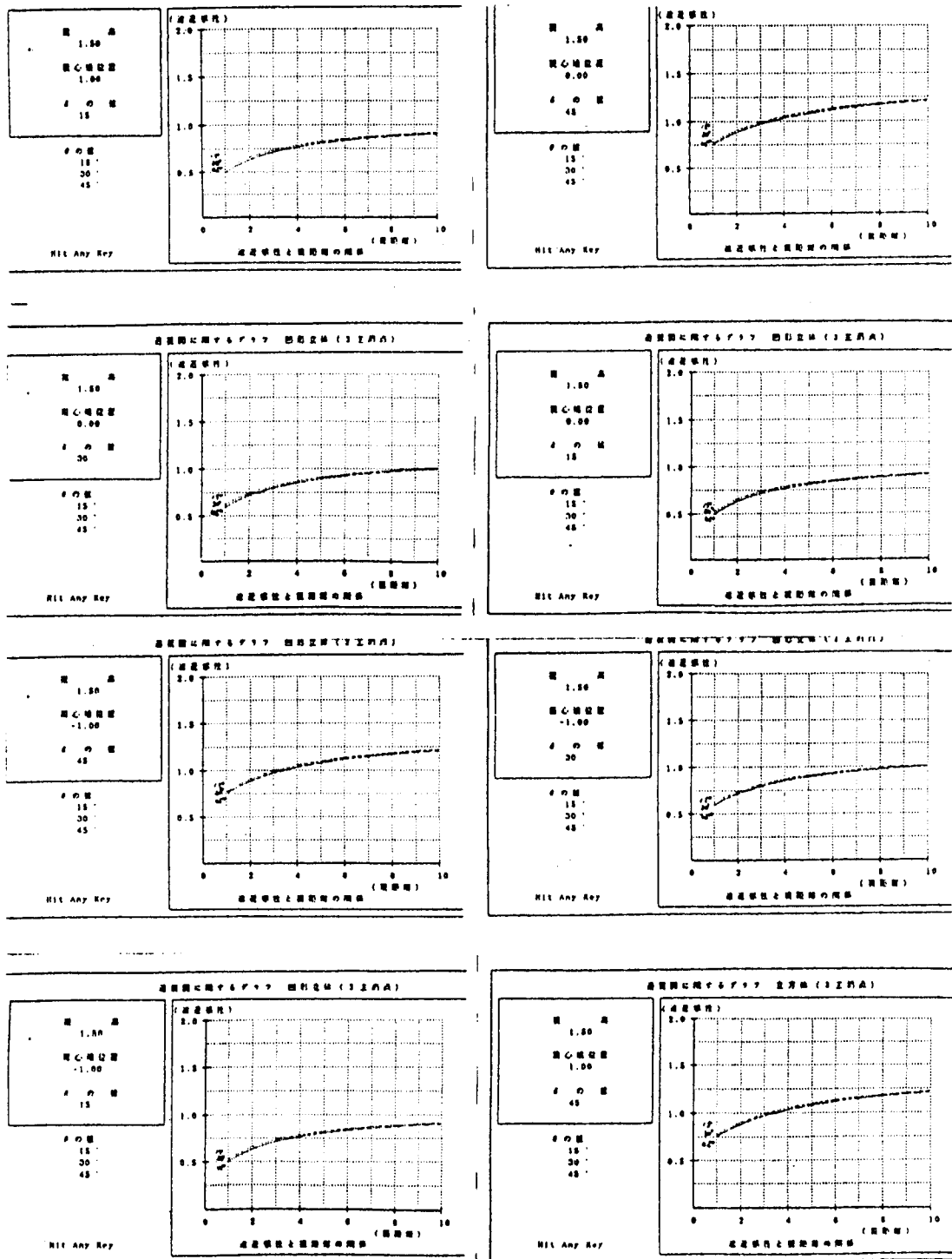


図5-3 遠近感性と視距離

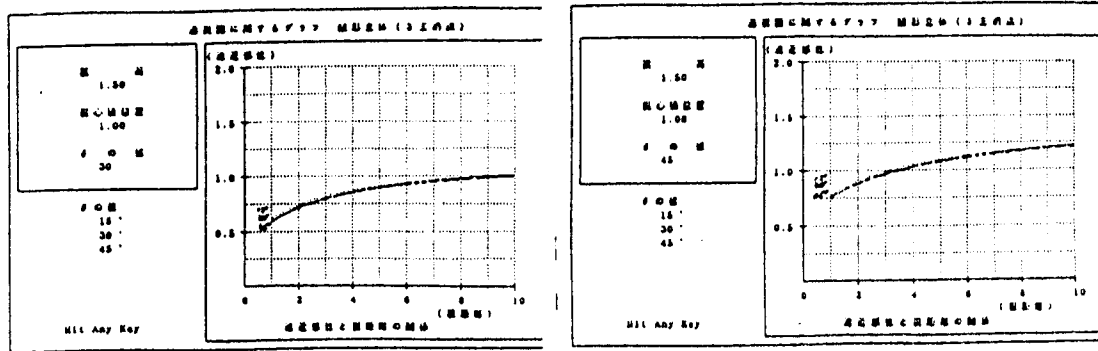


図5-4 遠近感と視距離

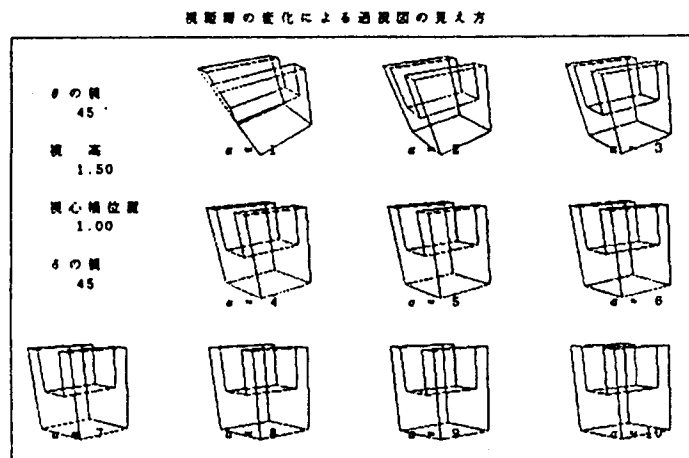
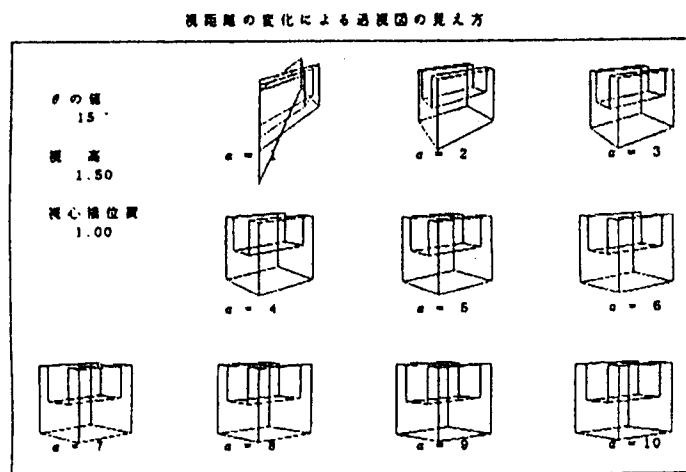


図6 視距離と透視図の見え方

- イ. 2消点法による透視図も3消点法による透視図も、視距離の値が大きくなるにつれ、遠近感も大きくなる傾向がある。
- ロ. 視距離がある程度大きくなると、画面の手前の辺の高さと奥の辺の高さの差がなくなり、遠近感が失われる。

5. 視高と透視図の面積

視高と透視図の面積の関係について検討する。視心横位置0、物体の傾角 30° の条件で透視図を描くものとする。この場合、縦軸は上面並びに下面の面積、横軸は視高である。

視高が375、250、125、1の場合における透視図も合わせて描写した。グラフは、視距離が500、400、300、200、100、90、80、70、60、50、40、30、20、10、1の場合である。

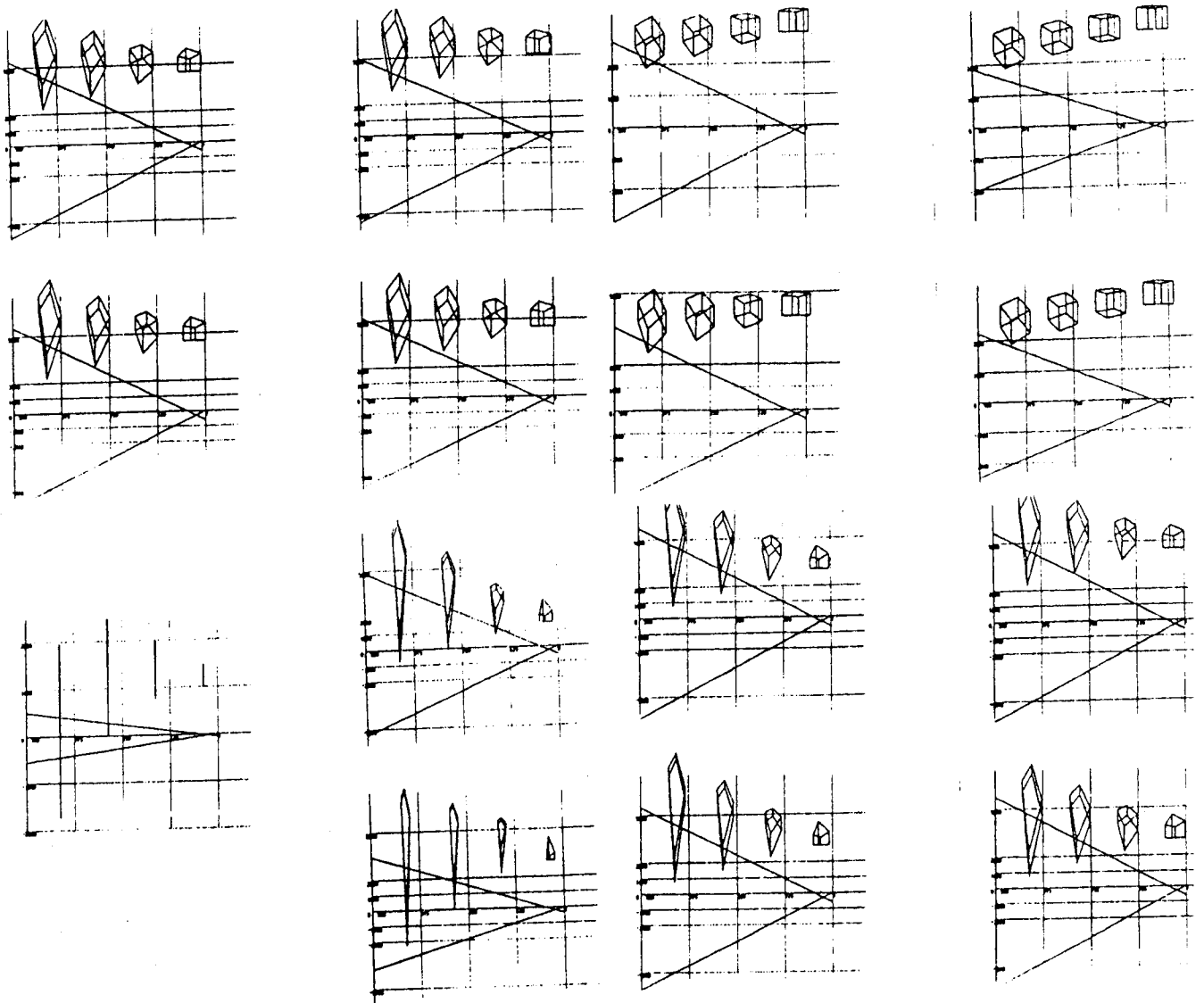


図7 視高と表示面積

- イ. 視高と上面並びに下面の面積は比例する。
- ロ. 視距離が小さくなるにつれその比例勾配は大きくなる。
- ハ. しかし視距離が小さい範囲では逆に勾配は小さくなる。
- ニ. 視距離が極めて小さい場合、その面積は極めて少ない。

6. おわりに

透視図より関係式を導いた。視点位置と立体の配置条件にこの関係式をあてはめ、透視図図形がどのような変化の傾向があるかについて検討した。今後はこれらの特性に注目しその数値が選択できるよう検討したい。

7. 参考文献

- 1) 日本図学会；「図形科学ハンドブック」；森北出版株式会社 1980, 256.
- 2) 増田祥三、竹山和彦；透視図射影尺の作図に関する研究；図学研究、第7号、1970. 9, p. 1-14.
- 3) 増田祥三；透視図射影尺の作図に関する研究（2）、図学研究 15号、1974. 9 p. 5-14.
- 4) 内山督；立体と視点の関係を変える時の透視投象及び実際の作図法について、図学研究 第13号、1973. 9, p. 27-34.
- 5) 山田由紀子；解析幾何による透視図法の簡易化、図学研究、第17号、1975. 9, p. 23-26.
- 6) 近藤誠造、有吉省吾；透視図の一作図法、図学研究、第14号、1974. 3, p. 17-27.
- 7) 田中、小高；透視投象における軸測尺の研究、図学研究、第6号、1970. 3, p. 9-12.
- 8) 中村貞男；透視軸測投象図について、図学研究、第17号、1975. 9, p. 17-22.
- 9) 太田、南、金丸；透視軸測尺の研究（1）、図学研究、第27号、1980. 9, p. 9-14.
- 10) 太田、南、金丸；透視軸測尺の研究（2）、図学研究、第28号、1981. 3, p. 9-15.
- 11) 中村貞雄；透視図の視点位置と立体配置条件の特性、図学研究、第21号、1977. 9, p. 27-32.

- 1 2) Jinichiro Sato;Arrangement Characteristic of Perspective Using Computer;Proceedings of ICECGDG Volume 2, 1988, p. 174-180.
- 1 3) Jinichiro Sato;Arrangement Characteristic of Perspective;Proceedings of ICECGDG 1990, p. 179-183.
- 1 4) Jinichiro Sato;Characteristic of Perspective;Proceedings of ICECGDG Volume 1, 1992, p. 291-295.
- 1 5) Jinichiro Sato;CHARACTERISTIC OF PERSPECTIVE;Proceedings of the 4th International Conference on COMPUTER-AIDED DRAFTING, DESIGN AND MANUFACTURING TECHNOLOGY Volume 2, 1994, p. 681-684. 、