

3次元形状測定機の 計測形状のCG描画ソフトの開発

いわき明星大
高 三徳

福島県ハイテクプラザいわき技術支援センター
富田 大輔

研究の背景

中小企業(製造業)の現状

現場での寸法計測 → コンベックス(巻き尺)、ノギス中心



測定機開発 基本コンセプト



基本コンセプト

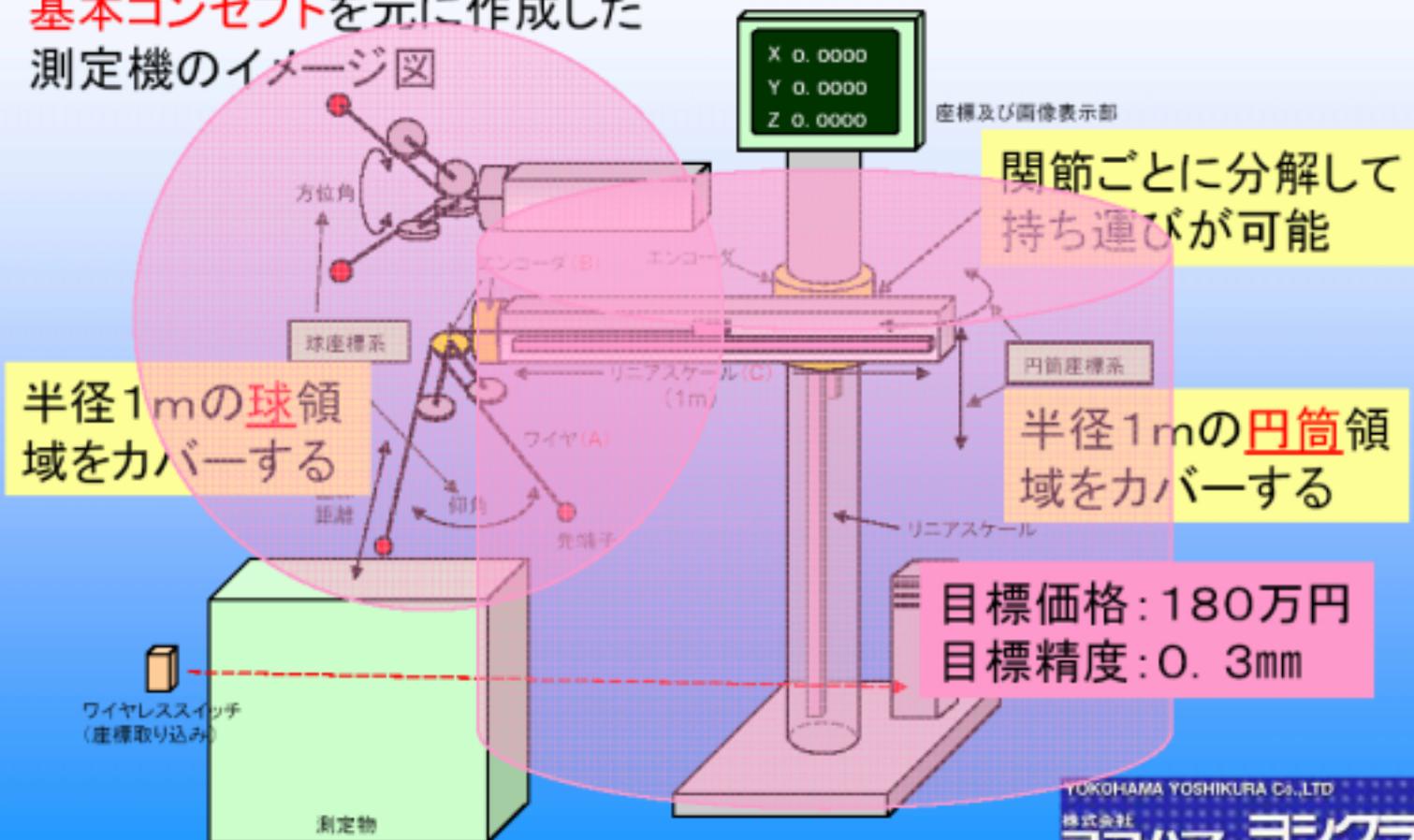
～大型対応でありながら可搬性があり扱いやすい低価格な
三次元座標測定機～

- 1 中小企業を対象とした三次元座標測定機
- 2 大型の測定物に対応できる
- 3 固定型ではなく、持ち運びが可能
- 4 現場の作業者が扱いやすい
- 5 低価格

開発する測定機の概要



基本コンセプトを元に作成した
測定機のイメージ図



目標価格: 180万円
目標精度: 0.3mm



測定画面

3D-Measuring System

測定値 [X: 110.706 mm | Y: 152.063 mm | Z: 137.838 mm]

測定値の中心座標値: 523351

-100.508	169.069	732.808	長さ	537.007
-1.797	235.047	1234.838	長さ	638.253
-606.768	-305.810	717.667	長さ	528.029
-608.385	401.858	936.678	長さ	730.031
-470.770	806.354	832.170	長さ	807.775
-377.100	1019.252	886.030	長さ	948.670
-417.466	1084.238	811.036	長さ	
-540.795	983.533	108.073	長さ	880.807

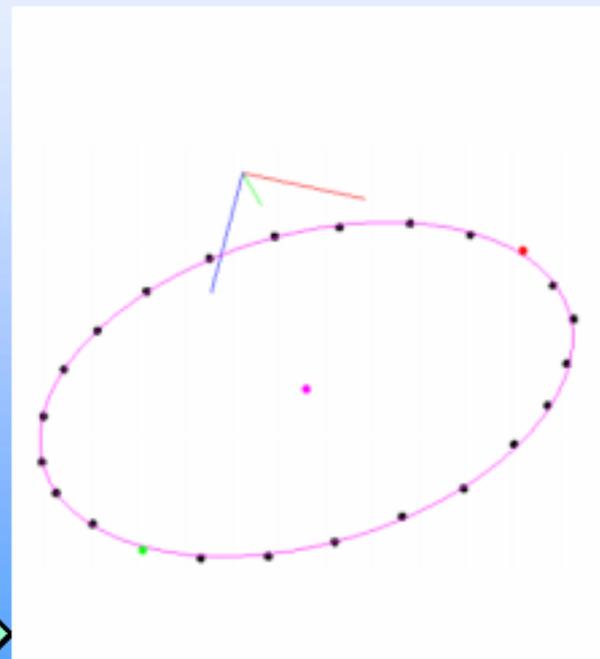
ファイル出力

リニアスケール
及びエンコーダ
の値

XYZ座標値

sample - 1.txt

```
ファイル名: sample - 1.txt  編集: 2008/08/08 14:00:00
-62.873  949.915  708.082
-119.014  223.237  708.812
-177.446  457.556  701.911
-146.296  504.535  702.677
-61.541  151.485  702.184
195.721  489.282  693.852
170.871  275.168  697.795
169.770  284.418  706.244
-282.684  267.053  695.032
-449.992  226.762  976.090
-423.024  406.289  992.042
-204.295  945.781  1028.744
-588.688  581.544  1118.444
-281.125  613.211  1185.957
-221.381  652.054  1261.239
-151.196  688.143  1331.044
-54.217  713.658  1395.375
71.183  729.131  1455.041
71.295  715.787  1455.436
162.291  701.583  1456.732
198.047  704.468  1478.069
214.476  688.722  1518.218
215.898  594.070  1522.811
167.357  427.144  168.843
181.168  426.583  1221.882
-202.696  441.031  188.982
-131.916  445.095  188.082
-254.118  64.547  595.430
-452.688  22.798  1221.118
```



幾何形状計算

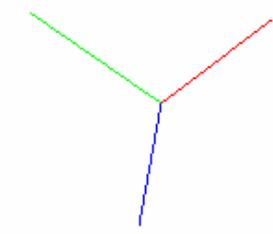
計測形状のCG描画ソフトのインターフェース

次元測定機のデータ処理ソフト

---データ入力---	----計算結果----
計測データ	
---データ処理---	
平面	
三角情報	
円	
円筒面	
球面	
自由曲線	
自由曲面	
---結果保存---	
保存	
---形状間情報---	
点-形状	
形状-形状	

---図面操作---	
正面 側面 平面	
マウス左ボタン	
ドラッグ:図面移動	
ダブルクリック:移動リセット	
右ボタン	
ドラッグ:図面回転	
ダブルクリック:回転リセット	
中ボタン	
前へ回転:図形拡大	
逆回転:図形縮小	
-----終了-----	
OK	

Visual C++
OpenGL



赤線:x軸 緑線:y軸 青線:z軸

測定データのフォーマット(ポイントファイル *.pt)

x 座標	y 座標	z 座標
12.184	119.947	97.350
-2.153	102.907	100.384
-17.205	85.868	103.418
-33.970	68.829	106.452
-48.734	51.789	110.486
45.604	84.552	64.302
29.839	67.512	67.336
14.074	50.473	70.370
-1.691	33.434	74.404
-16.456	16.394	77.438
77.884	49.157	31.253
62.119	32.118	34.287
46.354	15.078	38.321
31.590	-1.961	41.355
15.825	-19.001	44.389
109.164	13.762	-0.797
94.399	-3.277	2.237
78.634	-20.317	5.271
63.869	-37.356	8.305
48.104	-54.396	12.340
142.443	-21.633	-33.845
126.678	-38.672	-30.811
111.914	-55.712	-27.777

平面の最小二乗法

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (A, B, C): \text{平面法線単位ベクトル}$$

D: 平面から座標系原点までの距離

$$\text{If } D \neq 0 \quad \frac{A}{D}x + \frac{B}{D}y + \frac{C}{D}z + 1 = 0 \rightarrow ax + by + cz + 1 = 0$$

$$e_i = ax_i + by_i + cz_i + 1 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$M = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (ax_i + by_i + cz_i + 1)^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial c} = 0$$

$$\sum x_i^2 \cdot a + \sum x_i y_i \cdot b + \sum x_i z_i \cdot c = -\sum x_i$$

$$\sum x_i y_i \cdot a + \sum y_i^2 \cdot b + \sum y_i z_i \cdot c = -\sum y_i$$

$$\sum x_i z_i \cdot a + \sum y_i z_i \cdot b + \sum z_i^2 \cdot c = -\sum z_i$$

$$A = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$B = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$C = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

最小二乗法の平面の計算結果と描画

----計算結果----

単位法線座標x,y,z

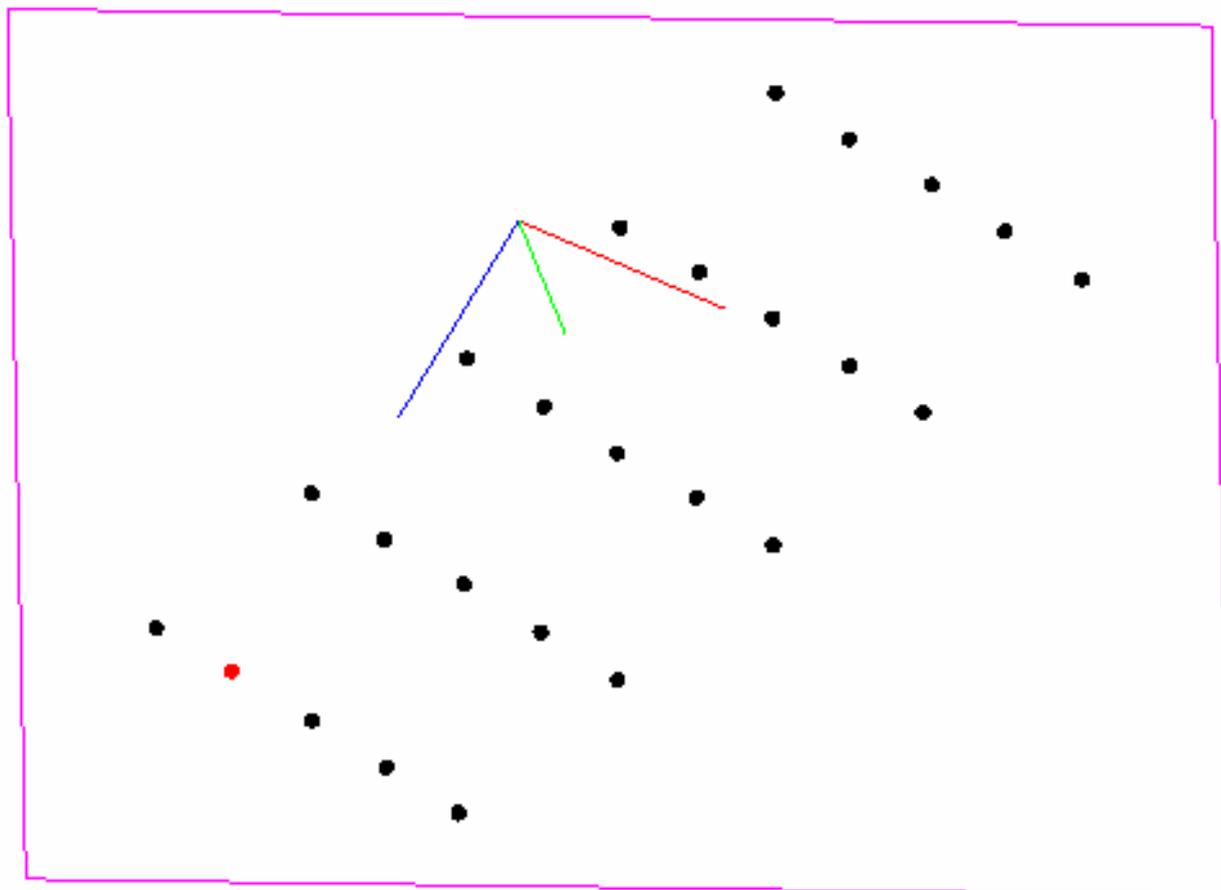
-0.500 0.296 -0.814

平面-原点距離

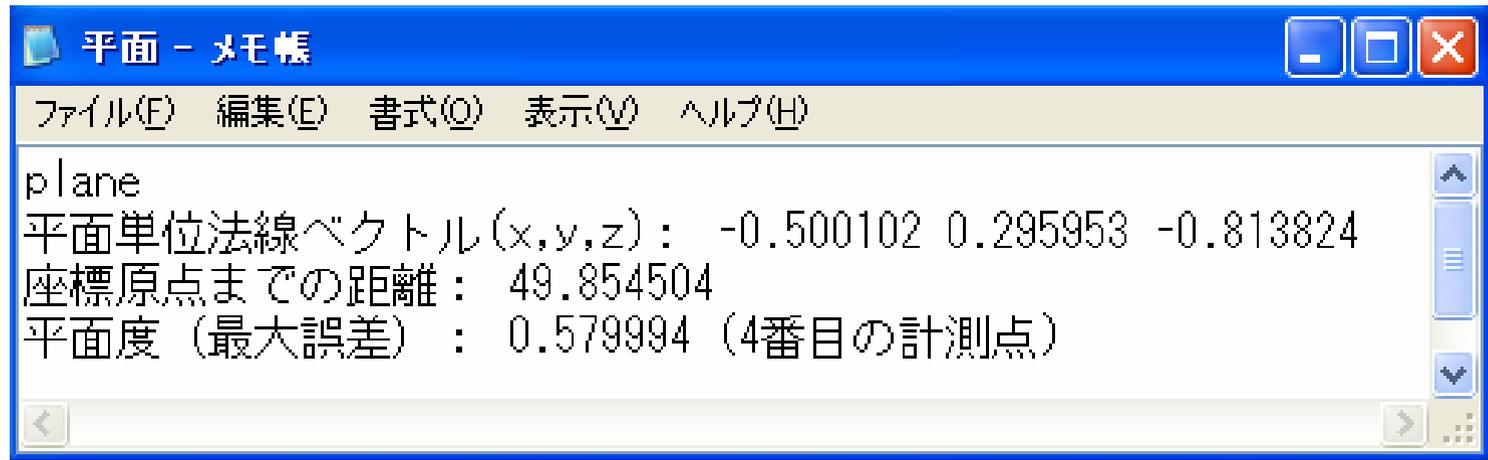
49.855

平面度(最大誤差)

0.579994 (4番目計測点:赤点)



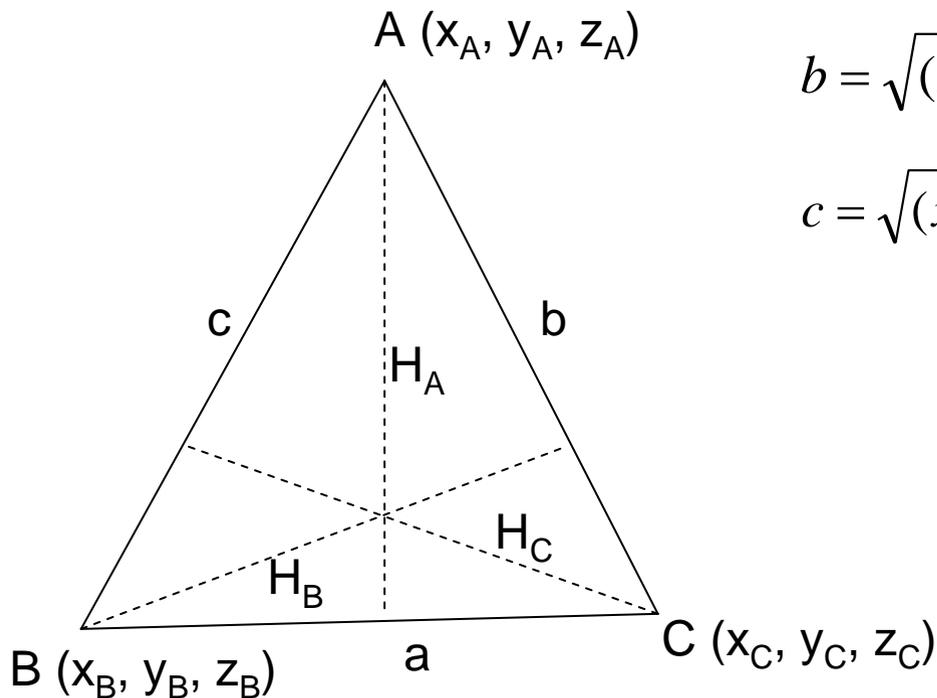
出力データファイル



A screenshot of a Notepad window titled "平面 - メモ帳" (Plane - Notepad). The window has a menu bar with "ファイル(F)", "編集(E)", "書式(O)", "表示(V)", and "ヘルプ(H)". The text content is as follows:

```
plane  
平面単位法線ベクトル(x,y,z) : -0.500102 0.295953 -0.813824  
座標原点までの距離 : 49.854504  
平面度 (最大誤差) : 0.579994 (4番目の計測点)
```

三角形の情報計算式



$$a = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2}$$

$$b = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2}$$

$$c = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$B = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right)$$

$$C = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right)$$

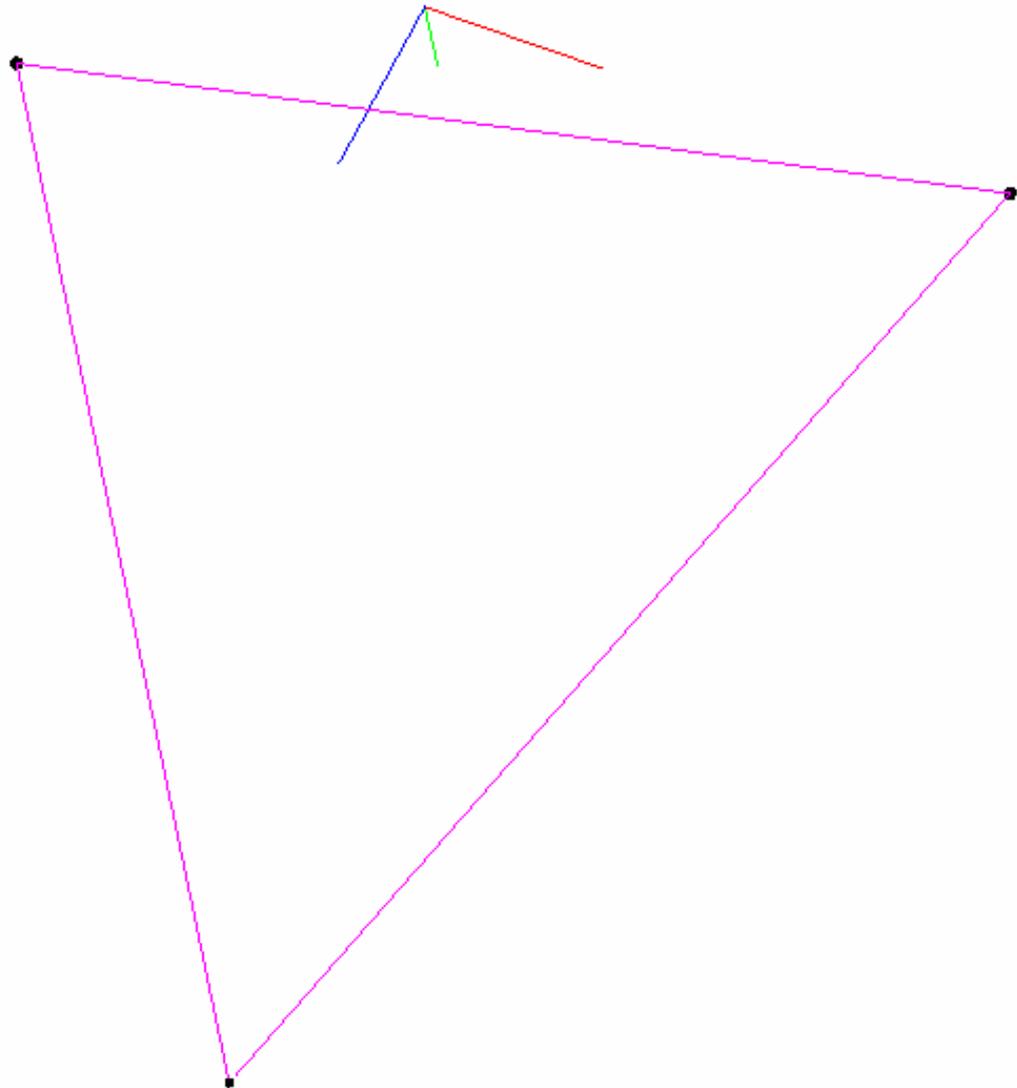
$$H_A = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 - \frac{(x_C - x_B)(x_A - x_B) + (y_C - y_B)(y_A - y_B) + (z_C - z_B)(z_A - z_B)}{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2}}$$

$$H_B = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 - \frac{(x_C - x_A)(x_B - x_A) + (y_C - y_A)(y_B - y_A) + (z_C - z_A)(z_B - z_A)}{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2}}$$

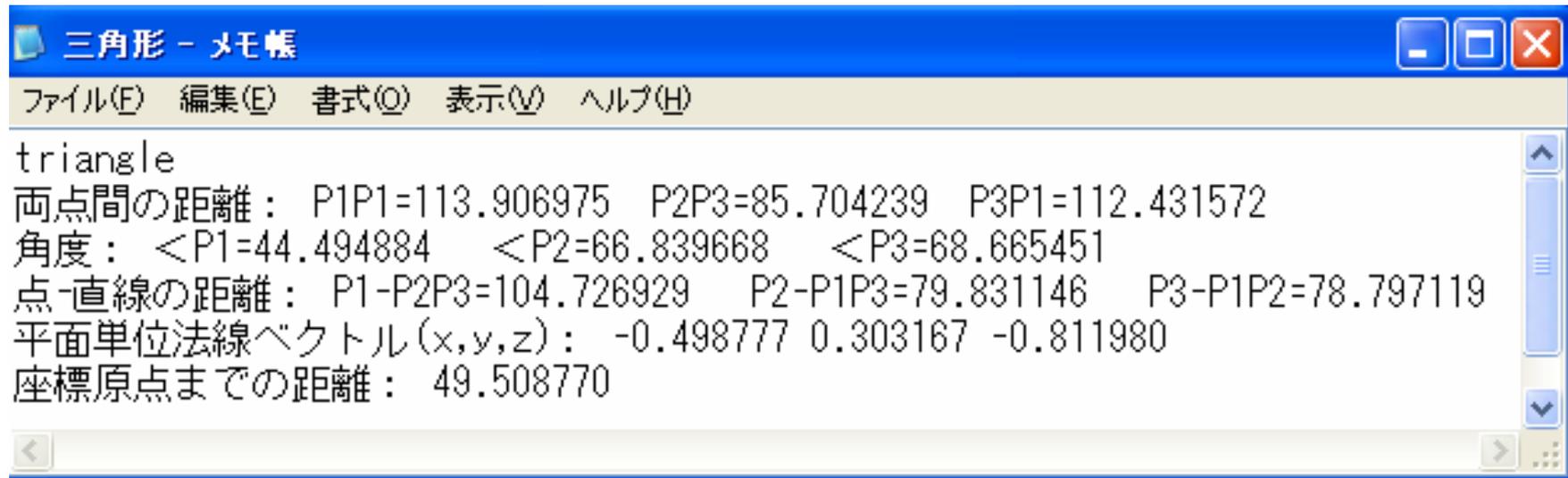
$$H_C = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2 - \frac{(x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A) + (z_B - z_A)(z_C - z_A)}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}$$

三角形情報の計算結果と描画

----計算結果----	
点1-2距離	113.907
点2-3距離	85.704
点3-1距離	112.432
点1の角度	44.495
点2の角度	66.840
点3の角度	68.665
点1-線23の垂直距離	104.727
点2-線13の垂直距離	79.831
点3-線12の垂直距離	78.797
三角面単位法線x,y,z	-0.499 0.303 -0.812
三角面-原点の垂直	49.509



出力データファイル



```
triangle
両点間の距離: P1P1=113.906975 P2P3=85.704239 P3P1=112.431572
角度: <P1=44.494884 <P2=66.839668 <P3=68.665451
点-直線の距離: P1-P2P3=104.726929 P2-P1P3=79.831146 P3-P1P2=78.797119
平面単位法線ベクトル(x,y,z): -0.498777 0.303167 -0.811980
座標原点までの距離: 49.508770
```

xy平面上の円の最小二乗法

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$e_i = x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$M = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c)^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial c} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \sum x_i y_i \cdot a + \sum y_i^2 \cdot b + \sum y_i \cdot c &= -\sum (x_i^2 y_i + y_i^3) \\ \sum x_i^2 \cdot a + \sum x_i y_i \cdot b + \sum x_i \cdot c &= -\sum (x_i^3 + x_i y_i^2) \\ \sum x_i \cdot a + \sum y_i \cdot b + N \cdot c &= -\sum (x_i^2 + y_i^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\text{円心 } c \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right) \quad \text{半径 } R = \sqrt{\frac{1}{4}(a^2 + b^2) - c}$$

空間任意平面上の円の最小二乗法のアルゴリズム

全ての測定点の最小二乗平面を求める



全ての測定点を最小二乗平面へ投影する



全ての投影点の最小二乗円の円心座標と半径を計算する



投影変換の逆変換で円心の座標を求める

最小二乗法の円の計算結果と描画

----計算結果----

円中心座標x,y,z

25.043 -14.835 40.710

円半径R

50.055

円度(最大誤差)

0.784276 (21番目計測点:赤点)

円平面単位法線座標

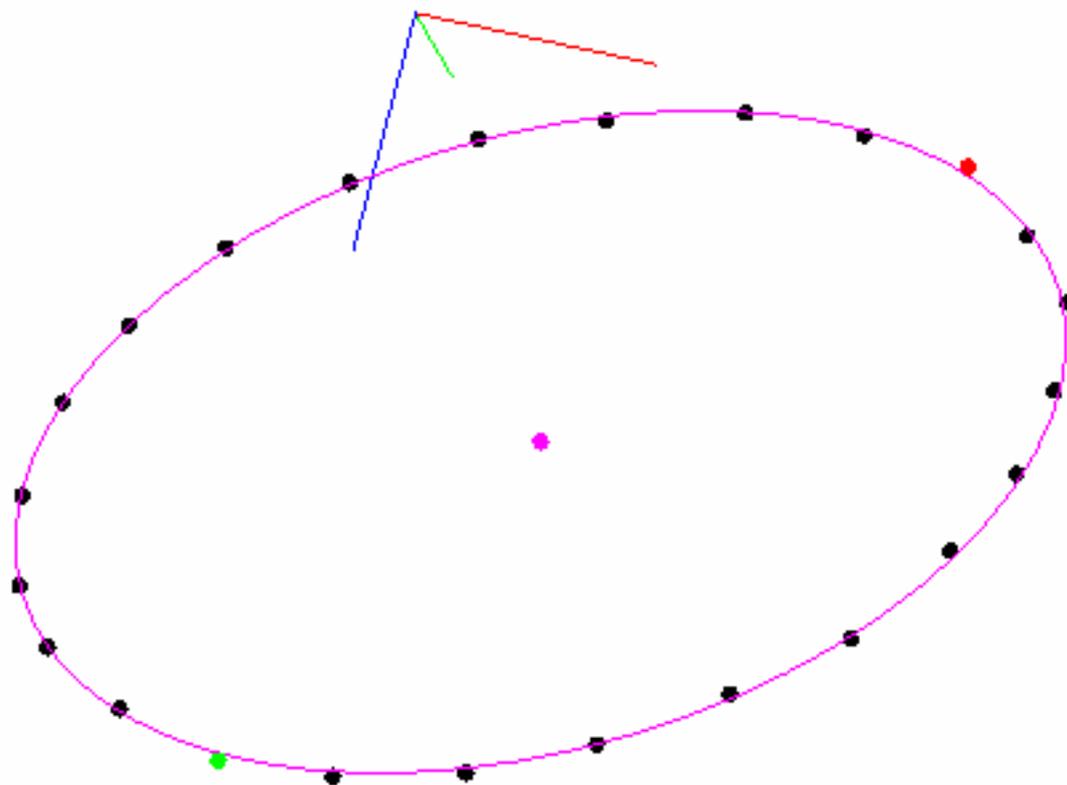
-0.500 0.297 -0.814

円平面 - 原点距離

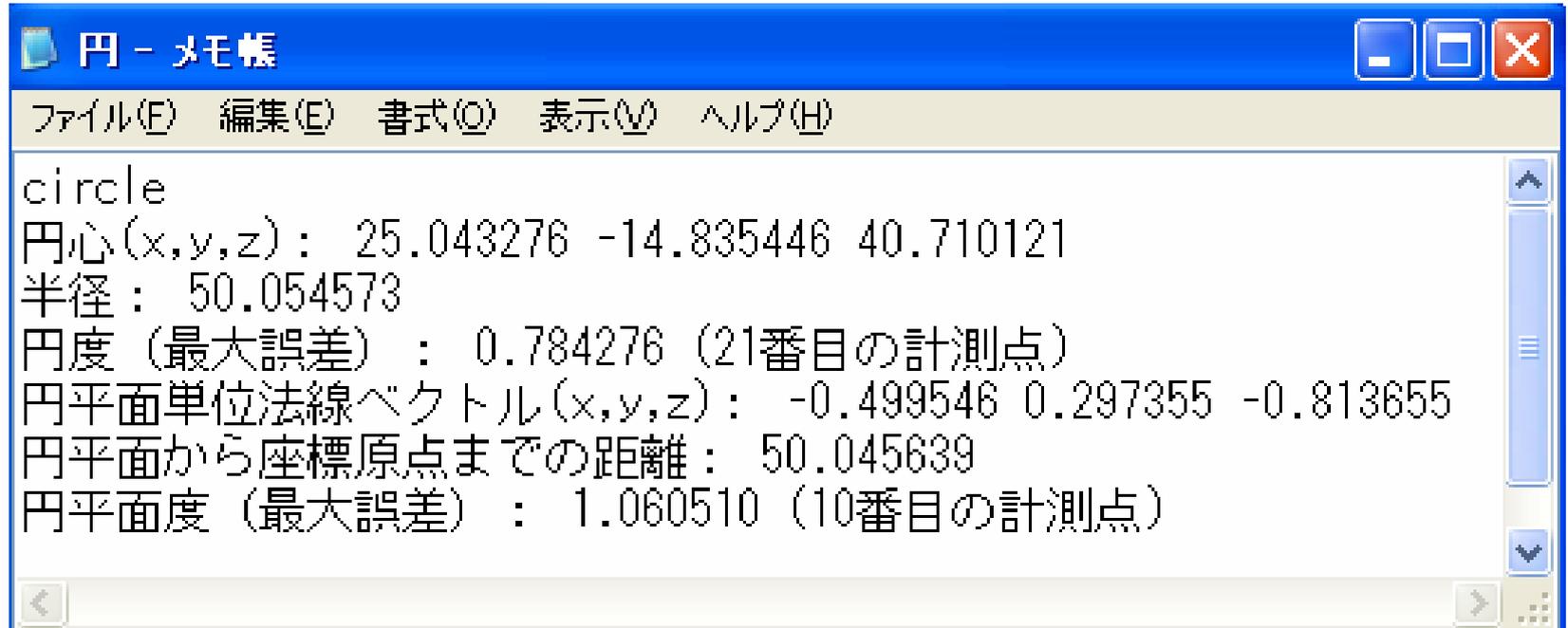
50.046

円平面度(最大誤差)

1.060510 (10番目計測点:緑点)

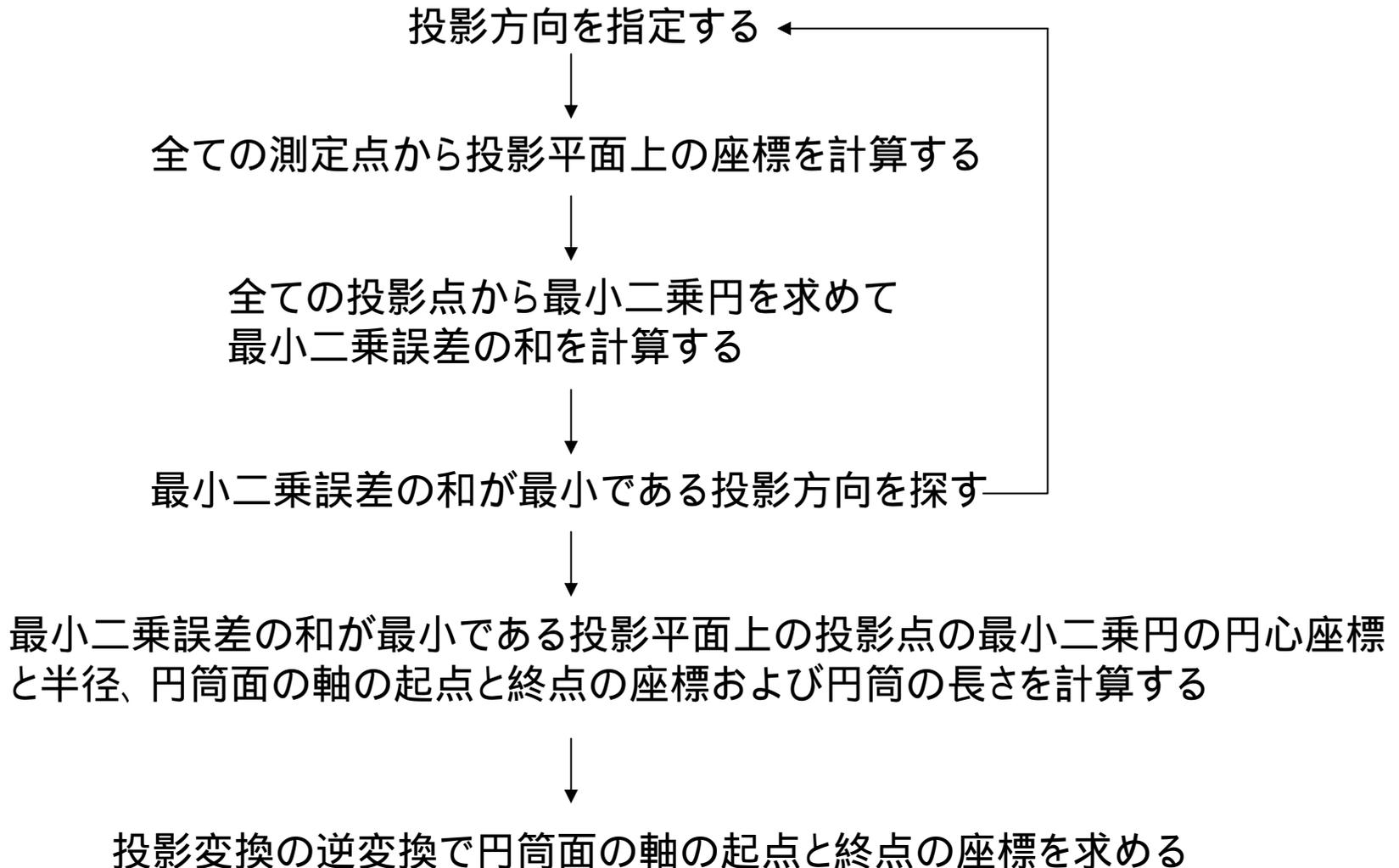


出力データファイル



```
円 - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 書式(O) 表示(V) ヘルプ(H)
circle
円心(x,y,z) : 25.043276 -14.835446 40.710121
半径 : 50.054573
円度 (最大誤差) : 0.784276 (21番目の計測点)
円平面単位法線ベクトル(x,y,z) : -0.499546 0.297355 -0.813655
円平面から座標原点までの距離 : 50.045639
円平面度 (最大誤差) : 1.060510 (10番目の計測点)
```

円筒面の最小二乗法のアルゴリズム



最小二乗法の円筒面の計算結果と描画

----計算結果----

円筒半径

50.039

円筒計測長さ

101.661

円筒軸起点座標x,y,z

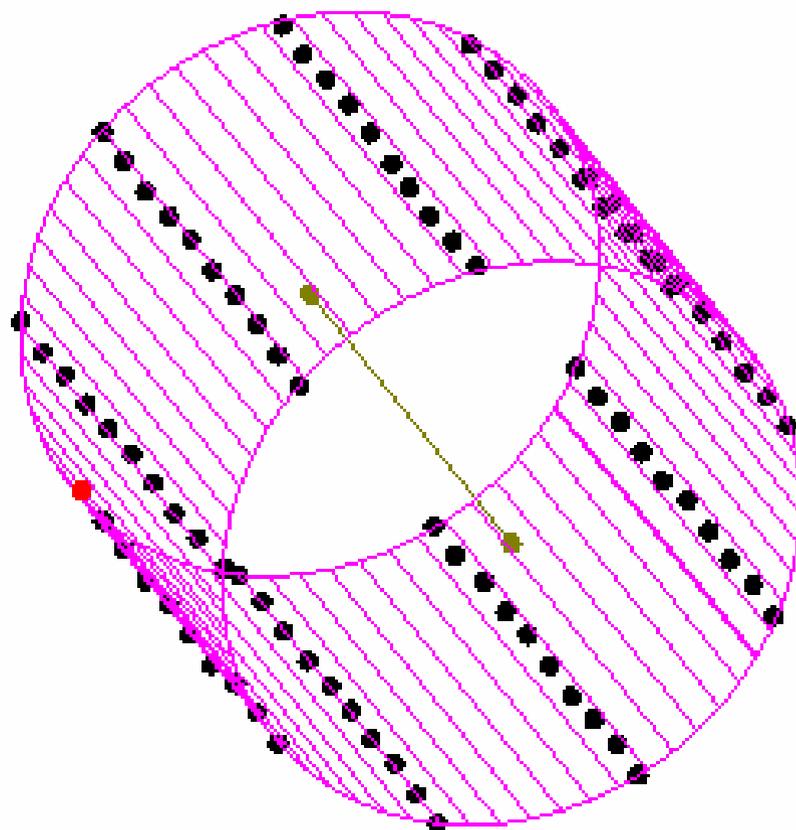
-72.394 -175.218 -116.516

円筒軸終点座標x,y,z

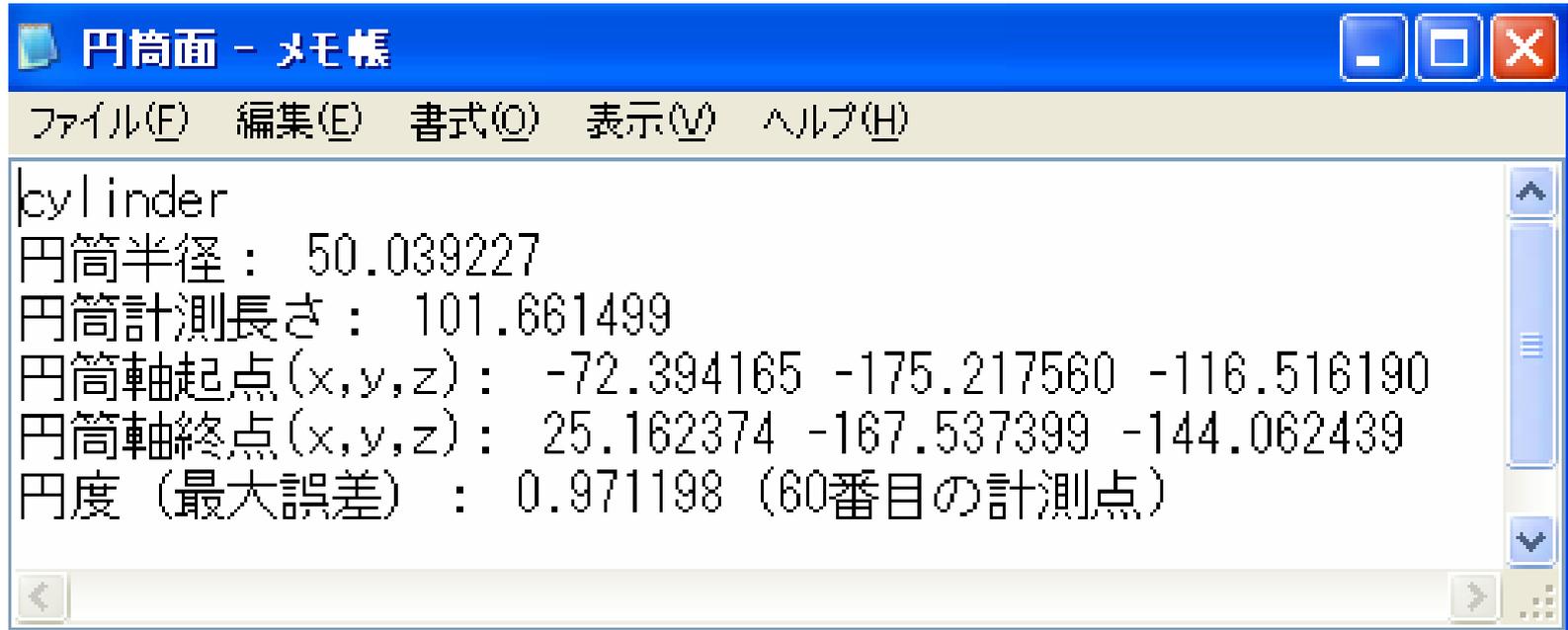
25.162 -167.537 -144.062

円度(最大誤差)

0.971198 (60番目計測点:赤点)



出力データファイル



A screenshot of a Windows Notepad window titled "円筒面 - メモ帳". The window has a blue title bar and a menu bar with options: ファイル(F), 編集(E), 書式(O), 表示(V), ヘルプ(H). The main text area contains the following data:

```
cylinder  
円筒半径 : 50.039227  
円筒計測長さ : 101.661499  
円筒軸起点(x,y,z) : -72.394165 -175.217560 -116.516190  
円筒軸終点(x,y,z) : 25.162374 -167.537399 -144.062439  
円度 (最大誤差) : 0.971198 (60番目の計測点)
```

球の最小二乗法 - 2次元円の数式を3次元に拡張 -

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

$$e_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 + ax_i + by_i + cz_i + d$$

$$M = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 + ax_i + by_i + cz_i + d)^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial c} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial d} = 0$$

$$\sum x_i^2 \cdot a + \sum (x_i y_i) b + \sum (x_i z_i) c + \sum x_i \cdot d = -\sum (x_i^3 + x_i y_i^2 + x_i z_i^2)$$

$$\sum (x_i y_i) a + \sum y_i^2 b + \sum (x_i z_i) c + \sum y_i \cdot d = -\sum (x_i^2 y_i + y_i^3 + y_i z_i^2)$$

$$\sum (x_i z_i) a + \sum (y_i z_i) b + \sum z_i^2 c + \sum z_i \cdot d = -\sum (x_i^2 z_i + y_i^2 z_i + z_i^3)$$

$$\sum x_i \cdot a + \sum y_i \cdot b + \sum z_i \cdot c + N \cdot d = -\sum (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)$$

$$\text{球心 } c \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2} \right) \quad \text{半径 } R = \sqrt{\frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2) - d}$$

最小二乗法の球面の計算結果と描画

----計算結果----

球心座標x, y, z

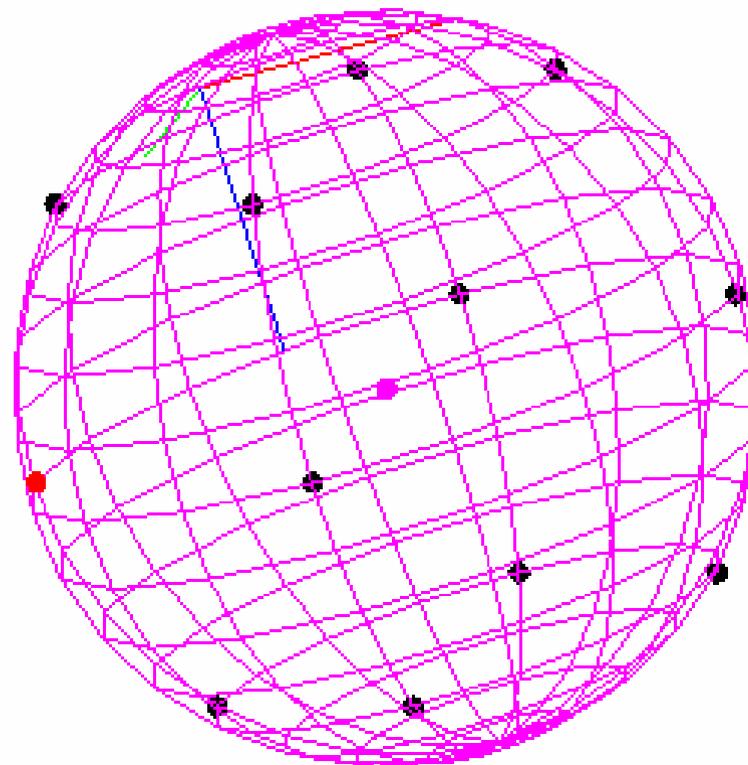
19.982 30.000 40.000

球半径R

50.364

球面度(最大誤差)

0.382547 (8番目計測点:赤点)



出力データファイル

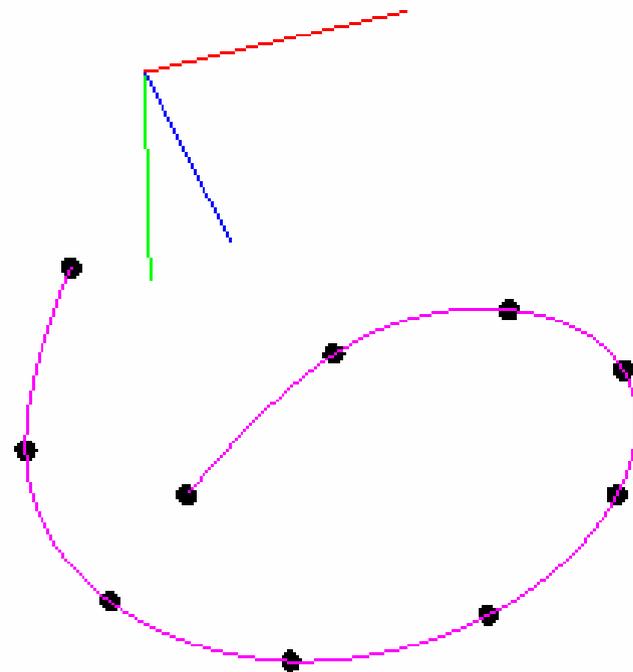


自由曲線の計算結果と描画

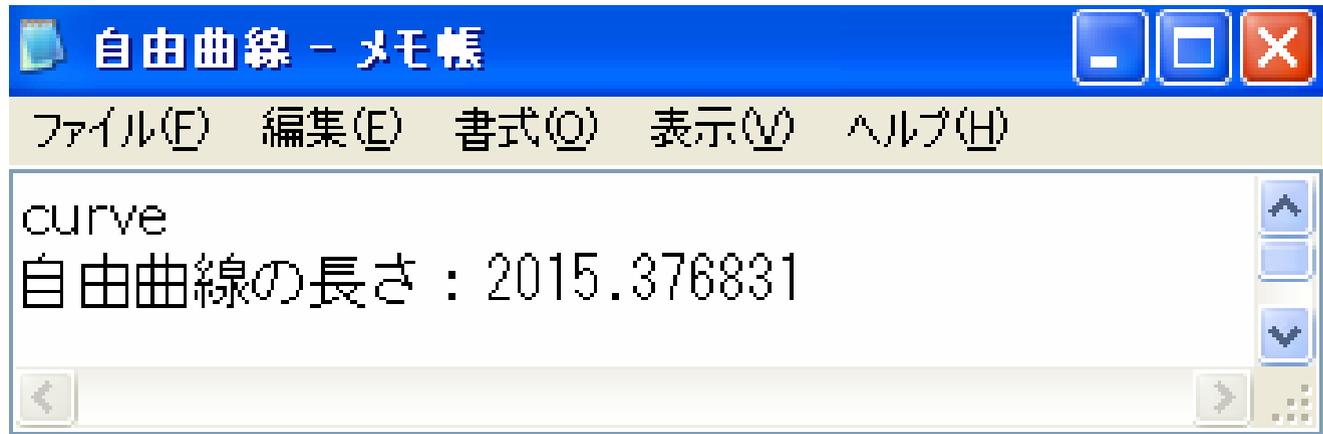
----計算結果----

曲線の長さ

2015.377



出力データファイル



点から平面までの距離

点 (x_p, y_p, z_p) から

平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ (A, B, C) : 平面法線単位ベクトル
D: 平面から座標系原点までの距離

までの距離

$$dist = \left| Ax_p + By_p + Cz_p + D \right|$$

点から平面までの距離の計算結果と描画

----計算結果----

点1-平面の垂直距離

27.390

垂線の足1座標x,y,z

69.436 21.894 26.553

点2-平面の垂直距離

8.827

垂線の足2座標x,y,z

65.586 32.612 32.816

点3-平面の垂直距離

30.779

垂線の足3座標x,y,z

40.345 39.109 50.689

点4-平面の垂直距離

55.839

垂線の足4座標x,y,z

47.925 49.212 49.705

点5-平面の垂直距離

30.976

垂線の足5座標x,y,z

35.491 70.833 65.209

点6-平面の垂直距離

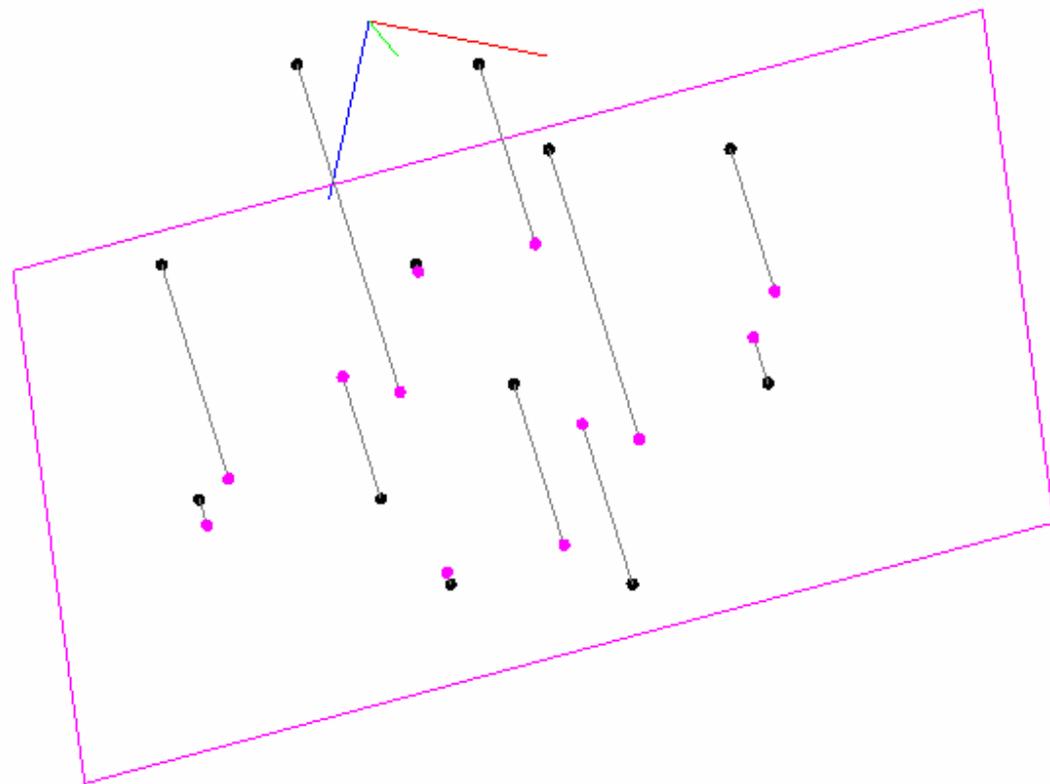
2.330

垂線の足6座標x,y,z

18.835 66.427 73.842

7番以降の点の情報

「保存」して出力ファイルを参照



赤線:x軸

緑線:y軸

青線:z軸

出力データファイル



点-平面の距離 - メモ帳

ファイル(F) 編集(E) 書式(O) 表示(V) ヘルプ(H)

点1-平面の距離 :	27.389893			
垂線の足点1の座標 (x,y,z) :	69.435738	21.893879	26.552551	
点2-平面の距離 :	8.827005			
垂線の足点2の座標 (x,y,z) :	65.585594	32.612377	32.816372	
点3-平面の距離 :	30.778992			
垂線の足点3の座標 (x,y,z) :	40.345364	39.109135	50.689316	
点4-平面の距離 :	55.839306			
垂線の足点4の座標 (x,y,z) :	47.925346	49.212189	49.705368	
点5-平面の距離 :	30.975744			
垂線の足点5の座標 (x,y,z) :	35.491032	70.832634	65.208801	
点6-平面の距離 :	2.329579			
垂線の足点6の座標 (x,y,z) :	18.834972	66.427444	73.842133	
点7-平面の距離 :	63.135181			
垂線の足点7の座標 (x,y,z) :	15.826020	11.211952	55.612925	

以下省略

まとめ

- 現在、3次元形状測定機試作段階のテスト用ソフトとして使用中
- 将来、3次元形状測定機試と一緒に販売予定、このため、ソフトの機能の拡大、インターフェースの改良が必要