

双対多面体パズル

宮腰 直幸 Naoyuki MIYAKOSHI

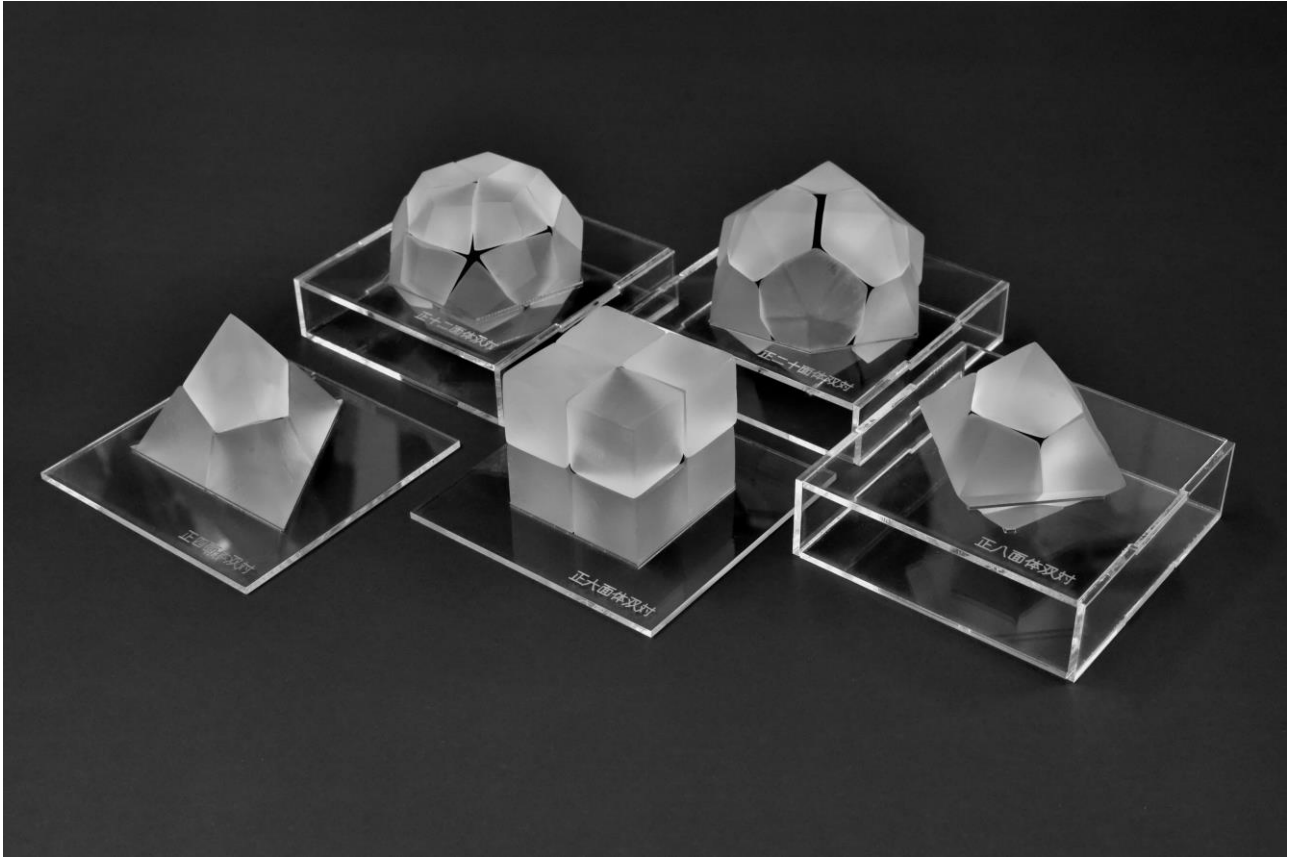


図1 正多面体双対5種,各立体の寸法は約60mm×60mm×60mm,本体:クリアレジ,クリアブルーレジ/台座:アクリル板2mm厚(レーザー加工機による加工),2022年

概要:

多面体の頂点と面を入れ替えた立体を双対多面体という。正多面体では正四面体は自己双対,正六面体と正八面体,正十二面体と正二十面体が互いに双対となっている。これをパズルのように組み立てられる形で制作した(図1)。

コンセプト:

多面体は多面体を構成する各面の重心を頂点とし,頂点同士を結ぶ線によって面を構成すると内側に多面体ができる。これを双対多面体という(図2)。正多面体では正四面体はそれ自体と,正六面体と正八面体,正十二面体と正二十面体が双対の関係にある。3D-CADで作成すると双対関係になっていることは確認できるが,図で表すと頂点と重心の位置関係が理解しにくい。これを触って理解できるように,分解可能な形で立体化した。

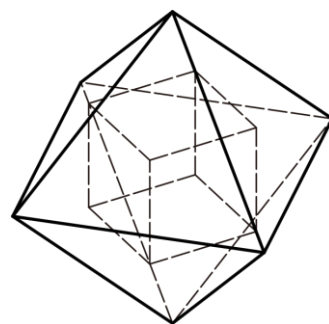


図2 双対多面体の例(正八面体の中に正六面体がある)

特筆点:

双対多面体を考える際,多面体同士の関係性について着目しがちであるが,内側にある正多面体を取り除いた部分の形状は意識されることが少ない。今回立体を作るにあたり,内側の正多面体を取り除いた形状についてモデリングを行い印刷することで,外側の形状を立体化した(図3)。

また、双対関係にある多面体の大きさの比率についても視覚的に理解できた(図4)。

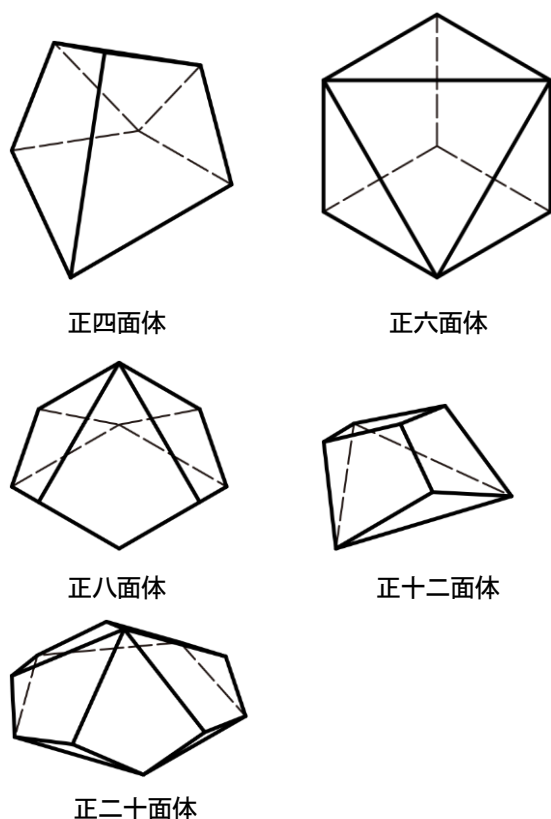


図3 各正多面体の双対多面体を構成するパーツ

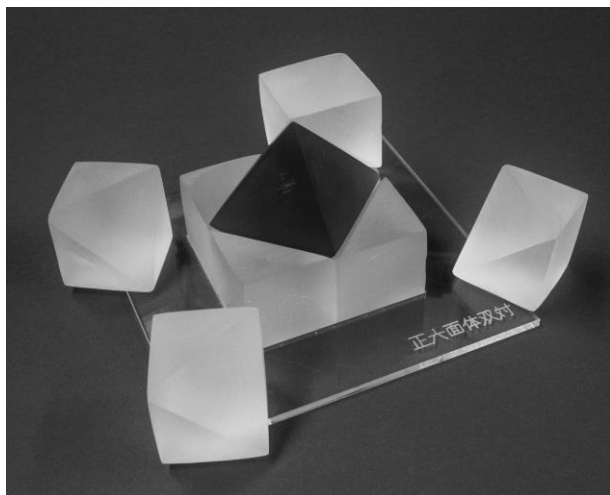


図4 正六面体と正八面体

制作過程・方法：

各モデルは3D-CADで外側になる多面体を作成し、モデルの面の重心を繋いで内側に双対となる多面体を作成した。内側の多面体を削り取り、残った部分を面の重心と辺の中点を繋ぐ線で分割して外側のパーツを作成した。モデルは5種類のサイズを揃えることを考え、3Dプリンタの印刷可能範囲から、外側の多面体の寸法がおおよそ60mm以内に収まるようにし、そこから内側の多面体のサイズを決定した。

モデルの作成はVectorworks(3D-CAD)で行い、Fusion360でモデルの仕上げとデータの整合性の確認を行った。これを3Dプリンタに対応した変換ソフトNovaMakerで印刷データに変換し、NOVA3D BENE4 MONOにて印刷した(図5)。

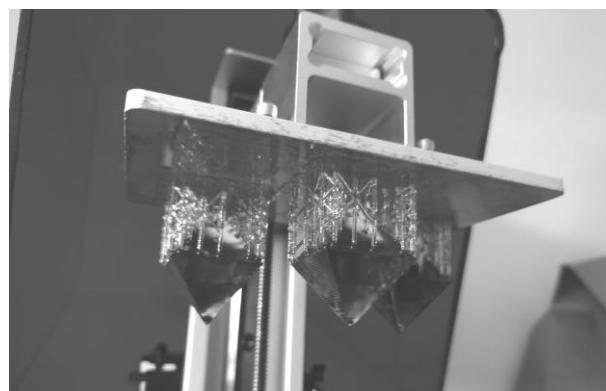


図5 印刷の状況

外側の多面体を構成するパーツはクリアレジンを使用し、内側にある多面体が見えるようにした。内側の多面体は青色の付いたクリアレジンを使用している。クリアレジンは3Dプリンタで印刷する際、周囲の部分まで硬化するため若干寸法が大きくなり、面に歪みが出る。印刷後、歪みを修正するためリューターで表面を均し、400番と1000番の耐水ペーパーで研磨し寸法を調整した。外側のパーツについては透過するように表面を磨いたものも作成したが、摩擦がなくなることでパーツが滑り落ちるため研磨した状態での仕上げとした。

これらの各多面体を支えるため、アクリル板による台座を作成した。台座は3D-CADのモデルから外側のパーツを支える位置を確定し、切り出しのためのデータを作成した。2mm厚のアクリル板をレーザー加工機にて切断し、組み立てた。正八面体、正十二面体、正二十面体については中間のパーツを支えるため、アクリル板を箱状に組んだ2段の高さのある台座とした。

おわりに：

双対多面体は多面体の性質としてよく知られており、正多面体同士が双対関係にあることもよく知られている。今回、3Dプリンタで双対多面体を組み立てられる形で作成したが、双対多面体の外側を構成する形を立体化したことで双対多面体を触って理解できるようになるのではないかなと思う。

著者紹介

みやこし なおゆき：八戸工業大学感性デザイン学科，〒031-8501 青森県八戸市妙字大開88-1，miyakoshi@hi-tech.ac.jp